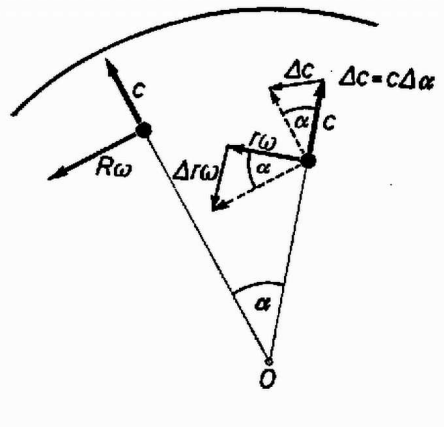


Tekintsük a forgó korongot és a sugárirányban fallal terelt testet egy rendszernek, és vizsgáljuk meg az energia-változásokat. Miközben a súrlódásmentesen egyenletes sebességgel csúszó test  $r$  sugárról  $R$  sugárra megy, a rendszer energiája nő, a külső erő munkája biztosítja a szögsebesség állandóságát.



Ugyanekkor a fellépő centrifugális erő is végez munkát, hiszen irányában történik a test mozgása. Mi azonban kívülről egyenletes sebességre fogjuk vissza a testet, így a centrifugális erő munkája nem a test kinetikus energiáját növeli, hanem a külső rendszeren végez munkát (kezünkön, vagy pl. felhalmozódhat egy megfelelő mechanikus berendezésben). Így az energiamérleg a következőképpen alakul: a rendszer energiája a test sebességnövekedésével mozgási energiátöbbletbe jutott, viszont potenciális energiája csökkent (a centrifugális erő munkát végzett a fékező kezünkön, közben a test kisebb potenciálú helyre került), ugyanakkor a külső rendszer energiája csökkent a szögsebességtartásra fordított forgató munkával és nőtt a centrifugális erő által végzett munkával. Így a haladó test mozgási energiájának növekedése egyenlő a külső rendszer energiájának csökkenésével, vagyis:

$$\Delta E_m = L_{\text{külső}} - L_{cf}, \quad \text{ahol } L_{\text{külső}} = L_{cor},$$

azaz

$$\frac{1}{2}m v_2^2 - \frac{1}{2}m v_1^2 + m \frac{R+r}{2} \omega^2 (R-r) = ma \frac{R+r}{2} \omega t \quad \Big| : \frac{R+r}{2} m.$$

Figyelembe vettük, hogy a centrifugális erő egyenletesen növekszik, így átlagértékkel kell számolnunk, hasonlóképpen azt is, hogy a Coriolis-erő átlagos útja a két szélső helyzethez tartozó ívhossz számtani közepe.

$$(R-r)\omega^2 + (R-r)\omega^2 = a\omega t, \\ 2(R-r)\omega^2 = a\omega t, \quad \text{innen } a = \frac{2(R-r)}{t} \omega = 2c\omega.$$

(Több dolgozat alapján.)

b) kérdés;

**I. megoldás:** A gyorsulás definíciója:  $a = \frac{v_t - v_0}{t}$ , ahol a betűk jelentése ismert.

$$\vec{v} = \vec{c} + \vec{r} \cdot \vec{\omega}, \quad \text{ahol } \vec{c} \perp \vec{r} \cdot \vec{\omega},$$

$$\Delta \vec{v} = \vec{c} + \Delta \vec{r} \cdot \vec{\omega}, \quad |\Delta \vec{c}| = c \cdot a,$$

$$|\Delta \vec{r} \cdot \vec{\omega}| = \sqrt{r^2 \cdot \omega^2 + R^2 \omega^2 - 2rR\omega^2 \cos \alpha} \quad (\text{a cosinus-tétel alapján}).$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \quad \text{ha } \Delta \rightarrow 0, \quad \text{akkor } \alpha \rightarrow 0, \quad \cos \alpha \rightarrow 1, \quad \text{és}$$

$$|\Delta \vec{r} \cdot \vec{\omega}| \rightarrow \sqrt{(R\omega - r\omega)^2} = R\omega - r\omega. \quad \text{Így a sebesség teljes megváltozása}$$

$$\Delta v = ca + (R\omega - r\omega) = c \cdot \omega t + (R-r)\omega,$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = c\omega + \frac{R-r}{t} \omega = c\omega + c\omega = 2c\omega.$$

Máté Attila (Szeged, Dózsa Gy. ált. isk. VIII. o. t.) dolgozata alapján

**II. megoldás:** Adva van egy  $v = r \cdot \omega$  sebességgel forgó korong. Ezen egy sugárirányban lefektetett sínen mozog egyenletesen  $c$  sebességgel egy  $m$  tömegű kocs. A kifelé mozgás következtében a kocs körületi sebessége  $t$  idő alatt

zérusról  $v_1 = r_1\omega$  értékre nő, tehát a kocsi kerületi gyorsulása  $a_k = r_1\omega/t = v \cdot \omega$ . A korong forgása következtében van a kocsinak a haladás irányára merőleges gyorsulása is, amelynek hatására irányát változtatja. (Ez centripetális gyorsulás.) Ennek értéke  $a_n = v \cdot \omega$ , hiszen a sugárirányú sebességvektor irányváltozásából ugyanúgy vezethető le, mint a centripetális gyorsulás általában. (Az irányváltozás szöge éppen  $t!$ ) A kétféle gyorsulás megegyezik, tehát algebrailag összegezhetők. Az ennek hatására ébredő tehetetlenségi erő a Coriolis-erő, és a megfelelő gyorsulás a Coriolis gyorsulás (az előzővel ellentétes).

$$a_{cor} = a_n + a_k = \omega v + v\omega = 2v\omega.$$

*Veress Árpád* (Bp., József Attila g. IV. o. t.)