

I. megoldás: Az *a*) ábrán C_1 és C_2 sorba, C_3 és C_4 szintén sorba, míg a két csoport (C_1, C_2 és C_3, C_4) párhuzamosan van kapcsolva, a *b*) ábrán C_2, C_3 és C_4 kondenzátorok sorba vannak kötve, hozzájuk C_1 párhuzamosan csatlakozik. A kapacitások összegezési szabályai szerint felírhatjuk az eredő kapacitásokat:

a) esetben:

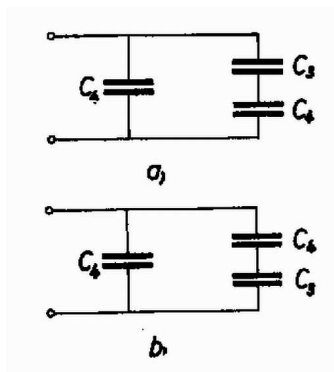
$$\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4};$$

b) esetben:

$$\frac{C_1 C_2 C_3}{C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3} + C_4.$$

Vizsgáljuk meg, hogy az egyenlőség mikor áll fenn:

$$\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4} = \frac{C_1 C_2 C_3}{C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3} + C_4.$$



Közös nevezőre hozva és a szorzásokat elvégezve:

$$\begin{aligned} \frac{C_1 C_2 C_3 + C_1 C_2 C_4 + C_1 C_3 C_4 + C_2 C_3 C_4}{C_1 C_3 + C_2 C_3 + C_1 C_4 + C_2 C_4} &= \\ &= \frac{C_1 C_2 C_3 + C_1 C_2 C_4 + C_1 C_3 C_4 + C_2 C_3 C_4}{C_2 C_3 + C_1 C_3 + C_1 C_2}. \end{aligned}$$

Mivel a számlálók egyenlők, az egyenlőség csak akkor áll fenn, ha a nevezők is egyenlők:

$$\begin{aligned} C_1 C_3 + C_2 C_3 + C_1 C_4 + C_2 C_4 &= C_2 C_3 + C_1 C_3 + C_1 C_2, \\ C_4(C_1 + C_2) &= C_1 C_2, \end{aligned}$$

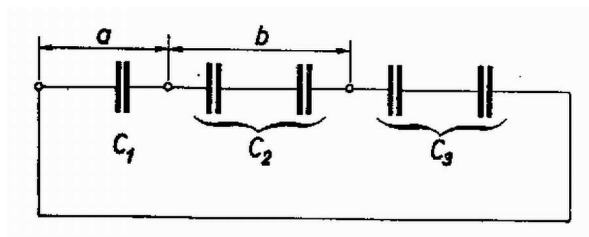
amiből

$$C_4 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}.$$

Itt az egyenlőség jobb oldalán a C_1 és C_2 kondenzátorok soros eredője áll. Ennek alapján helyettesítve a kapcsolási rajzon, az egyenlőség nyilvánvaló.

Kardeván Péter (Mosonmagyaróvár, Kossuth L. g. IV. o. t.)

Általánosítás; Vizsgáljuk a feladatot általánosan, n db kondenzátor esetére.



Ekkor az **I.** megoldásban adott értelmezés szerint a két kapcsolás egyenlő kapacitású, ha az ábrán jelölt C_1, C_2, C_3 kondenzátorrendszerek eredő kapacitásaira az alábbi összefüggés áll:

$$\frac{1}{1/C_1 + 1/C_2} + C_3 = \frac{1}{1/C_2 + 1/C_3} + C_1.$$

Ezen összefüggést a kondenzátorrendszerek eredő kapacitásaira vonatkozó tételek alapján írtuk fel. Ebből előbb $(1/C_1 + 1/C_2)$ -vel, majd $(1/C_2 + 1/C_3)$ -mal véegszorozva, és a lehetséges összevonásokat elvégezve nyerjük:

$$\frac{C_3 - C_1}{C_2^2} = \frac{C_1^2 - C_3^2}{C_1 C_2 C_3}.$$

Az egyenlőség nyilvánvalóan teljesül $C_1 = C_3$ esetén, vagy $(C_1 - C_3)$ -mal egyszerűsítve, mindkét oldal reciprokát véve:

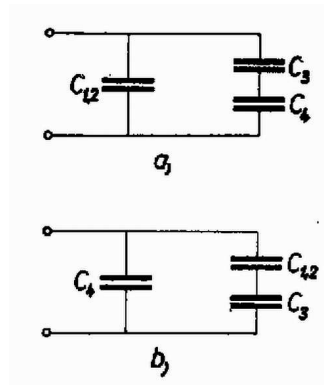
$$-C_2 = C_1 C_3 / (C_1 + C_3)$$

megoldást nyerjük, ami fizikailag nyilván nem értelmezhető, mert $C_2 > 0$. A két kapacitás tehát akkor egyenlő, ha $C_1 = C_3$.

Náray-Szabó Gábor (Bp. XI., József A. g. IV. o. t.)

II. megoldás: A C_1 és C_2 kondenzátorok mindkét esetben sorba vannak kapcsolva, tehát egyszerűbb, ha mindjárt soros eredőjükkel számolunk:

$$C_{1,2} = C_1 C_2 / (C_1 + C_2).$$



Az ábrából láthatjuk, hogy ha $C_{1,2} = C_4$, bármi legyen is C_4 értéke, *a)* és *b)* kapcsolásban az eredők megegyeznek. Ugyanis ekkor *a)*-ról *b)*-re áttérve $C_{1,2}$ megfelel C_4 -nek, tehát a *b)* esetben két ugyanolyan eredő kapacitású kondenzátorrendszer párhuzamos kapcsolásáról van szó, mint *a)*-ban. Kérdés még, hogy ez a feltétel csak elégséges, vagy szükséges is.

Ha az *a)* rendszerből kivesszük a C_3 kondenzátort, a felső $C_{3,4}$ rész kapacitása nő, és ha az alsó $C_{1,2}$ részhez kapcsoljuk, lent kisebb lesz a kapacitás. Hogy a két esetben az eredő egyenlő legyen, kell, hogy a fenti kapacitásnövekedés a lenti csökkenéssel megegyezzen. A növekedés mértékét a C_3 és C_4 kapacitások határozzák meg, ekkora csökkenést a C_3 kondenzátor pedig nyilván C_4 kapacitású kondenzátorral sorba kötve okoz. Tehát kell, hogy $C_{1,2} = C_4$ legyen.

Bácsy Zsolt (Bp. V., Eötvös J. g. IV. o. t.)

Általánosítás: Látható, hogy ha négy kondenzátor helyett n számút vettünk volna ugyanígy kapcsolva, s a második vezeték a k -adik ill. l -edik után ágazott volna ki, az első k illetve az utolsó $n - k$ db kondenzátort az előbbiekhöz hasonló módon összevonva, a fentihez hasonló gondolatmenettel feltételként az

$$\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_k} = \frac{1}{C_{l+1}} + \frac{1}{C_{l+2}} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

összefüggéshez jutottunk volna.

Bollobás Béla (Bp. V., Apáczai Csere J. gyak. g. IV. o. t.)