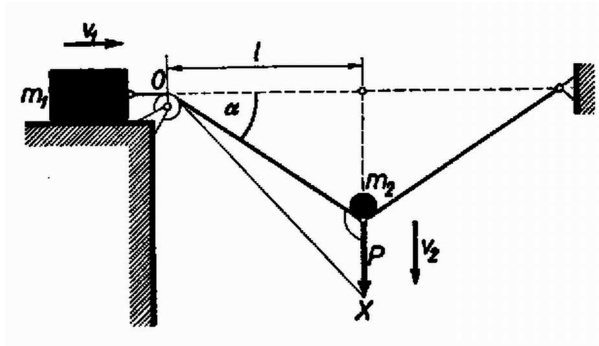


Az energiamegmaradás törvénye szerint a súly helyzeti energiájának csökkenése egyenlő a két tömeg megszerzett mozgási energiájának és a láda súrlódási munkájának összegével. m_1 ládatömeg, v_1 ládasebesség, m_2 csigán lógó tömeg, ennek v_2 sebessége és μ súrlódási együttható esetében ez egyenletben felírva:

$$m_2 gl \text{ tg } \alpha = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \mu m_1 \mathrm{g} \left(\frac{2l}{\cos\alpha} - 2l \right).$$

Nehezebb dolog v_1 és v_2 sebességek összefüggésének megtalálása. Igen rövid Δt idő alatt a láda $v_1 \Delta t$, a súly pedig $v_2 \Delta t$ utat tesz meg. A keskeny OPX háromszögre felírjuk a cosinus–tételt:

$$\left(\frac{l}{\cos\alpha} + \frac{v_1 \Delta t}{2} \right)^2 = \left(\frac{l}{\cos\alpha} \right)^2 + (v_2 \Delta t)^2 - 2 \cdot \frac{l}{\cos\alpha} \cdot v_2 \cdot \Delta t \cos(90^\circ + \alpha),$$

rendezve:

$$\frac{l v_1}{\cos\alpha} + \frac{v_1^2 \Delta t}{4} = v_2^2 \cdot \Delta t + \frac{2 l v_2 \sin\alpha}{\cos\alpha}.$$

Igen rövid időre áttérve $\Delta t = 0$ és marad: $v_1 = 2 v_2 \sin\alpha$.

Ez a sebességek igen nevezetes összefüggése (amely másképp is levezethető).
Behelyettesítve az energia–egyenletbe (mivel $1 : \cos\alpha = \sec\alpha$),

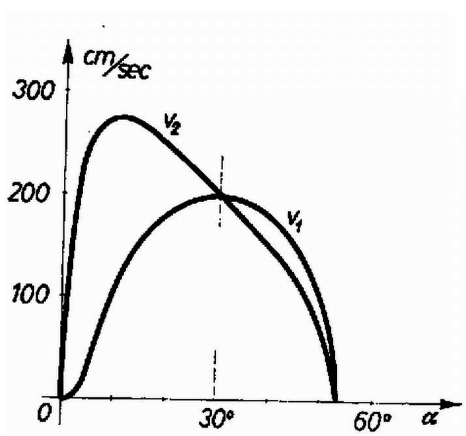
$$2 m_2 gl \text{ tg } \alpha = m_1 \cdot 4 v_2^2 \sin^2\alpha + m_2 v_2^2 + 4 \mu m_1 gl (\sec\alpha - 1).$$

Innen a súly sebessége:

$$v_2 = \sqrt{2gl} \cdot \sqrt{\frac{m_2 \text{ tg } \alpha + 2\mu m_1 (1 - \sec\alpha)}{4 m_1 \sin^2\alpha + m_2}}.$$

A láda v_1 sebessége azután $v_1 = 2 v_2 \sin\alpha$.

Schaub Zsuzsanna (Győr, Kazinczy F. lg. III. o. t.)



Megjegyzések: A versenyfeladat megoldását a $v_1 = 0$ vagy $v_2 = 0$ egyenlet adja meg. Az ábrán látható a függvények menete. Mértani okból az adatok bármilyen értéke mellett a sebességek $\alpha = 30^\circ$ mellett lesznek egyenlők. Érdekesen ábrázolható rajzban a mozgási energiák változása a mozgás közben.