

Feltételezzük, hogy az óra ingája matematikai ingának tekinthető, amelynek lengésideje 0 C°-on $\tau_0 = 2\pi\sqrt{l_0/g}$. $T = 86\,400$ sec alatt a hőmérséklet-emelkedés $\vartheta = 10$ C°, aminek következtében az ingarúd $\varepsilon = a\vartheta = 2 \cdot 10^{-5} \cdot 10 = 2 \cdot 10^{-4}$ részével megnyúlt. Mivel a megnyúlás időben egyenletes, t idő alatti megnyúlás eredményeképpen az inga lengésideje

$$\tau = 2\pi\sqrt{\frac{l_0\left(1 + \frac{t}{T}\varepsilon\right)}{g}} = \tau_0\sqrt{1 + \frac{t}{T}\varepsilon}.$$

Könnyen bebizonyítható, hogy ha x 1-hez képest igen kicsiny, akkor jó közelítéssel $\sqrt{1+x} = 1 + x/2$, tehát $\tau = \tau_0 + \frac{t}{T}\frac{\varepsilon}{2}\tau_0$.

A $\Delta\tau = \frac{t}{T}\frac{\varepsilon}{2}\tau_0$ idődifferenciák összege teszi ki az óra késését. T idő alatt az óra $T/\tau \approx T/\tau_0$ lengést tesz, így a teljes késés:

$$\Delta T = \frac{\tau_0}{T}\frac{\varepsilon}{2}\tau_0 + \frac{2\tau_0}{T}\frac{\varepsilon}{2}\tau_0 + \dots + \frac{T}{T}\frac{\varepsilon}{2}\tau_0,$$

mivel az egyes lengések a $t = \tau_0, 2\tau_0, \dots, T$ időpontokban történtek.

A számtani sorozat összegképletét alkalmazva:

$$\Delta T = \frac{\tau_0}{T} \cdot \frac{\varepsilon}{2} \cdot \tau_0 \left(1 + 2 \dots + \frac{T}{\tau_0}\right) = \frac{\tau_0}{T} \cdot \frac{\varepsilon}{2} \cdot \tau_0 \frac{1 + \frac{T}{\tau_0}}{2} \cdot \frac{T}{\tau_0}.$$

Mivel $\frac{\tau_0}{T}$ sokkal nagyobb 1-nél, mellette 1 elhanyagolható, ezzel egyszerűsítés után: $\Delta T = \varepsilon T/4 = a\vartheta T/4$.

Helyettesítés után $\Delta T = 4,32$ sec.

Megjegyzés: A feladat megfogalmazásában sajtóhiba folytán a sárgaréz hőkitérjedési együtthatója tévesen: 0,0002.

Kunszt Zoltán (Pápa, Türr g. III. o. t.)