

A torony tetejéről elengedett testnek akkora kezdősebességet kell kapnia, hogy olyan ellipszispályán mozogjon, amelynek a Földhöz legközelebb eső pontja éppen a Föld felszínén van. Tehát földközélpályán a vezérsugár: $a - c = R$, földtávolban $a + c = R + H$. A test földtávolban kapott kezdősebessége $v_a = (R + H) \cos \varphi$, mivel a torony végpontja $(R + H) \cos \varphi$ sugarú körön forog a Föld tengelye körül.

Az idézett cikk összefüggést ad az aphéliumsebesség és a pályaadatok között

$$v_a^2 = \frac{kM}{a} \cdot \frac{a - c}{a + c}.$$

Ha ide behelyettesítjük az aphéliumsebesség fenti értékét, továbbá az $a - c = R$, $a + c = R + H$ értékeket, valamint a belőlük kiszámítható $a = R + H/2$ fél nagytengely-távolságot, kapjuk a

$$(H + R)^2 \omega^2 \cos^2 \varphi = \frac{kM}{R + H/2} \cdot \frac{R}{R + H}$$

egyenletet, amelyet rendezve

$$(H + R)^3 (2R + H) = \frac{2kMR}{\omega^2 \cos^2 \varphi}.$$

Osszuk R^4 -nel és vezessük be az $\frac{R + H}{R} = x$ jelölést: (1)

$$(2) \quad x^3(x + 1) = \frac{2kM}{\omega^2 R^3 \cos^2 \varphi} = \frac{A}{\cos^2 \varphi},$$

ahol az állandókból alkotott kifejezést A -val jelöltük.

Értéke $A = \frac{2kM}{\omega^2 R^3} \approx 585.$

A (2) egyenlet x -ben negyedfokú, ezért a grafikon megrajzolásához először $\cos \varphi$ -t kifejezzük:

$$(3) \quad \cos \varphi = \frac{1}{x} \sqrt{\frac{A}{x(x + 1)}}.$$

Több x értéket felvesszünk és kiszámítjuk a hozzá tartozó φ -t. Ügyelünk arra, hogy a jobb oldal 1-nél ne legyen nagyobb. Értéktáblázatot készítünk.

x	4,7	5	5,5	6	10
cos φ	1	0,883	0,736	0,623	0,231
φ^0	0	28,1	42,8	51,4	76,7

Az (1) összefüggésből az egyes x -ekhez tartozó H -értékeket kiszámíthatjuk, így a diagramból a kérdéses magasságokat megállapíthatjuk, habár elég pontatlanul.

Eszerint a kritikus toronymagasság

a) az Egyenlítőn 23 500 km ($x = 4,7$),

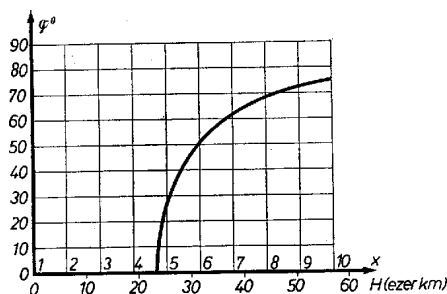
b) Budapesten 30 000 km ($x = 5,7$)

c) az Északi-sarkon nem létezik ilyen torony, amint az (2)-ből $\cos \varphi = 0$ miatt következik.

Bornes Klára (Bp., VII. Teleki B. g. III. o. t.) és

Bollobás Béla (Bp., Apáczai Cs. J. g. III. o. t.)

dolgozatai alapján



Megjegyzés: Többen, különösen azok, akik az idézett cikket nem olvasták, ellipszispálya helyett körpályával számoltak, amelyhez jóval nagyobb torony szükséges.