

**I. megoldás:** Ha egy egyensúlyban levő síkbeli erőrendszert tetszőleges irányra vetítünk, akkor a vetületeik is egyensúlyban levő erőrendszert alkotnak.

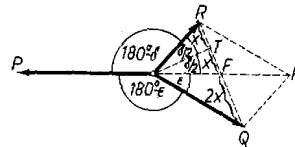
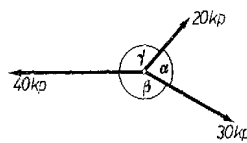
Vetítsünk rendre a 20, 30 és 40 kp-os erő irányára. Az előbbieket alapján így az alábbi egyenlőségeket írhatjuk fel:

$$\begin{aligned} 20 &= 40 \cos(180^\circ - \gamma) + 30 \cos(180^\circ - \alpha) \\ 30 &= 20 \cos(180^\circ - \alpha) + 40 \cos(180^\circ - \beta) \\ 40 &= 30 \cos(180^\circ - \beta) + 20 \cos(180^\circ - \gamma). \end{aligned}$$

A  $\cos(180^\circ - \varphi) = -\cos \varphi$  összefüggés felhasználásával az egyenletrendszerből  $\cos \alpha$ ;  $\cos \beta$ ;  $\cos \gamma$  kifejezhetők, így

$$\begin{aligned} \alpha &= \arccos 0,2500 = 75^\circ 31' \\ \beta &= \arccos (-0,8750) = 151^\circ 3' \\ \gamma &= \arccos (-0,6875) = 135^\circ 26'. \end{aligned}$$

Nagy Dénes Lajos (Bp., II. Rákóczi F. g. II. o. t.)



**II. megoldás:** Az erőrendszer egyensúlyban van, ha bármely két erő összege a harmadikkal egyenlő, de ellenkező irányítású.

Összegezzük a 20 kp-os és 30 kp-os erőket. Az előbb mondottak szerint az egyensúly feltétele:  $OP' = OP$ . Az  $ORP'Q$  paralelogramma átlói  $F$  pontban felezik egymást.

$$OF = \frac{OP}{2}, \quad OP = 40 \text{ kp}, \quad OR = 20 \text{ kp}, \quad OR = OF.$$

Így az  $OT$  magasságvonal felezi az  $RF$  távolságot.

Pythagoras tételével  $OT$  kifejezhető  $x$  függvényeként két módon is. E kettőt egyenlővé téve

$$20^2 - x^2 = 30^2 - 9x^2.$$

Innen  $x = \sqrt{125/2}$ . A szögek meghatározása már nem okoz nehézséget:

$$\begin{aligned} \sin \delta/2 &= x/20 = 0,3953; \quad \delta = 46^\circ 34' \\ \sin(\delta/2 + \epsilon) &= 3x/30 = 0,7906; \quad \epsilon = 28^\circ 57', \end{aligned}$$

ahonnan  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ -ra az előző megoldásbeli értékeket kapjuk.

Góth László (Bp., Könyves K. g. III. o. t.)