

I. megoldás: Tetszőleges h mélységben $c = \sqrt{2gh}$ sebességgel folyik ki a nyílásból a víz. A vízszintesen kiömlő vízre a nehézségi erő hat. A vízcsepp $l-h$ úton szabadon esnek, az esés ideje: $t = \sqrt{2(l-h) \cdot g^{-1}}$. A kifolyó víz az asztal síkját $s = ct$ távolságban éri el. Két nyílás esetén keressük azon nyílásmagasságokat, melyekre $s_1 = s_2$. Tehát:

$$\sqrt{2gh_1} \cdot \sqrt{2(l-h_1)g^{-1}} = \sqrt{2gh_2} \cdot \sqrt{2(l-h_2)g^{-1}}.$$

A számolást elvégezve adódik:

$$l = h_1 + h_2.$$

A kifolyó vízsugarak mindazon esetben az asztal síkjában találkoznak, amikor a két nyílás az edény félmagasságára szimmetrikus. A sugár akkor jut a legtávolabbra, ha az $f = h(l-h)$ érték a legnagyobb. Ez a $h = l/2$ értéknél következik be. Legyen ugyanis $h = l/2 \pm x$, ekkor

$$f = \left(\frac{l}{2} \pm x\right) \left(l - \frac{l}{2} \mp x\right) = \frac{l^2}{4} - x^2,$$

és ez $x = 0$ esetén maximális, amikor is $s_{\max} = l$.

Zeke András (Bp., Bolyai J. g. IV. o. t.)

II. megoldás: Vizsgáljuk meg, milyen az összefüggés a nyílásmagasság és a víz kifolyásának távolsága között:

A nyíláson kifolyó víz kezdősebességét az energiatételből nyerjük: $mgx = mv^2/2$, ebből $v = \sqrt{2gx}$. A lyukból kifolyó víz a nehézségi erő hatására függőleges irányban esik, és t idő alatt leér az asztal síkjára. Ez az idő a szabadesés útképletéből kiszámítható:

$$l-x = \frac{gt^2}{2}, \quad t = \sqrt{\frac{2(l-x)}{g}}.$$

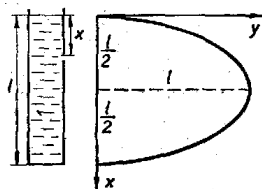
Ezen idő alatti vízszintes irányban $y = vt$ utat tesz meg.

$$y = \sqrt{2gx \cdot \frac{2(l-x)}{g}}, \quad y^2 = 4lx - 4x^2; \quad y^2 + 4x^2 - 4lx = 0.$$

Ez ellipszis egyenlete. A megszkott alakban írva:

$$\frac{y^2}{l^2} + \frac{\left(x - \frac{l}{2}\right)^2}{\left(\frac{l}{2}\right)^2} = 1.$$

Ellipszisünk y irányú féltengelye l , x irányú féltengelye $l/2$, középpontja az x tengelyen az $l/2$ pontban van.



A kapott összefüggésekből mind a három kérdésre kapunk feleletet.

a) A kifolyó vízsugarak akkor találkoznak az asztal síkjában, ha a nyílások a vízoszlop középpontjától lefelé és felfelé egyenlő távolságban vannak.

b) A vízsugár akkor folyik a legtávolabbra, ha a nyílás a vízoszlop középpontjában van. Ez a maximális távolság l .

Kugler Emese (Nagykanizsa, Landler g. III. o. t.)