

a) A leröpülés helyét a függőleges átmérőtől mért α szöggel jelöljük meg. Ha a gömb R sugarú, akkor a golyó sebessége a fenti α helyzetben az energia tételből számolható:

$$v^2 = 2gh = 2gR(1 - \cos \alpha)$$

(Ugyanis a mgh potenciális energia rovására az $mv^2/2$ mozgási energiája megnő.)

A golyó vágatban történő mozgásához

$$a_1 = \frac{v^2}{R} = 2g(1 - \cos \alpha)$$

centripetális gyorsulásra van szükség. Ez a gyorsulás a testre ható súlyerő sugárirányú komponensétől származik. A golyó leröpül, amint ez nem lesz elegendő az a_1 gyorsulás létrehozásához. Ezt megelőzőleg a golyó

$$m(g \cos \alpha - a_1) = P$$

erővel nyomja a vágatot. Innen meghatározhatjuk azt az esetet, amikor P éppen zérus, vagyis a golyó éppen készül a vágatot elhagyni.

$$g \cos \alpha = a_1 = 2g(1 - \cos \alpha)$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\alpha = 48^\circ 12'$$

b) Ha a forgó gömbön az α helyzetben rögzítjük a golyót, annak $R \sin \alpha \omega^2$ centripetális gyorsulása lesz. Ennek a középpont felé mutató komponense $a_2 = R \omega^2 \sin^2 \alpha$ lesz. Ha a golyó a vágatban halad, akkor ehhez az a) esetben kiszámított a_1 gyorsulás is hozzáadódik. Így a középpont felé mutató gyorsulásvektor értéke

$$a = a_1 + a_2 = R \omega^2 \sin^2 \alpha + 2g(1 - \cos \alpha).$$

Az előbb mondottak most is érvényesek a golyó leesésére vonatkozólag

$$g \cos \alpha = 2g - 2g \cos \alpha + R \omega^2 \sin^2 \alpha$$

innen

$$\cos \alpha = \frac{-3g + \sqrt{9g^2 + 4R^2 \omega^4 + 8\omega^2 Rg}}{2R\omega^2}.$$

Adott R és ω mellett α értékét a fenti képlet egyértelműen meghatározza.

Szidarovszky Ágnes (Bp. Ságvári E. gyak. g. II. o. t.)