

A találkozás pillanatáig m szabadesést végez. Az l út megtételéhez szükséges idő: $t_1 = \sqrt{\frac{2l}{g}}$. Sebessége az ütközés pillanatában: $v_1 = g \cdot t_1 = \sqrt{2lg}$. Az ütközéskor m mozgási energiáját részben átadja a $\frac{16}{7}M$ tömegű rendszernek. Ha az így nyert közös sebesség v_0 , akkor a mozgásmennyiség megmaradásának elve alapján:

$$\frac{16}{7}Mv_0 = \frac{2}{7}Mv_1, \quad \text{ebből:} \quad v_0 = \frac{\sqrt{2lg}}{8}.$$

Az ütközés után a jobboldali túlsúly, $\frac{2}{7}Mg$ erő hatására a $\frac{2}{7}M$ tömegű rendszer v_0 kezdősebesség gyorsuló mozgást végez, ahol a gyorsulás Newton II. törvénye szerint:

$$a = \frac{\frac{2}{7}Mg}{\frac{2}{7}M} = \frac{g}{8}.$$

Ha az l utat t_2 idő alatt teszi meg, akkor $l = v_0 t_2 + \frac{a}{2} t_2^2 = \frac{\sqrt{2lg}}{8} \cdot t_2 + \frac{g}{16} \cdot t_2^2$, így

$$gt_2^2 + 2\sqrt{2lg} \cdot t_2 - 16l = 0.$$

Ebből t_2 -t kifejezve (a negatív gyököknek ebben az esetben nincs fizikai jelentése)

$$t_2 = \frac{-2\sqrt{2lg} + \sqrt{8lg + 64lg}}{2g} = (\sqrt{18} - \sqrt{2})\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\sqrt{\frac{2l}{g}}.$$

A keresett idő tehát

$$t = t_1 + t_2 = 3\sqrt{\frac{2l}{g}}.$$

Fritz József (Mosonmagyaróvár, Kossuth L. g. III. o. t.)

Megjegyzések: 1. A másodfokú egyenlet megoldásánál fellépő negatív gyök azt az időtartamot jelenti, amellyel az ütközési pillanat előtt lett volna a test l távolságra az ütközés helyétől, ha az ütközés előtt is az $s = \frac{\sqrt{2lg}}{8}t + \frac{g}{16}t^2$ egyenlet által leírt módon mozgott volna. 2. A feladat második részét másképpen is tárgyalhatjuk a következő észrevétel segítségével: ha a baloldali kötél M , a jobboldalin $M + \frac{2}{7}M$ tömegű súly függ, a $t = 0$ időpontban kezdősebesség nélkül elindítva a rendszert, $\left(l + \frac{l}{8}\right)$ utat tesz meg a keresett időtartam alatt. Ugyanis az eredeti mozgásnál az esési szakaszra $t_1 = \sqrt{\frac{2l}{g}}$. Most l helyett $\frac{l}{8}$ szakaszon, g helyett $\frac{g}{8}$ gyorsulással mozog a rendszer, de a mozgás ezen

szakaszához szükséges idő nem változik: $t_1 = \sqrt{\frac{l}{\frac{g}{8}}}$. Mivel akkor az $\frac{l}{8}$ út megtétele után a sebesség $v_1 = t_1 \frac{g}{8} = \frac{\sqrt{2lg}}{8}$,

azaz egyenlő közvetlenül az ütközés utáni sebességgel az eredeti mozgásnál, a hátralevő úton az eredeti és ezen utóbbi mozgás azonos. Tehát a keresett t időre:

$$l + \frac{l}{8} = \frac{g}{2} t^2, \quad \text{azaz} \quad t = \sqrt{\frac{9 \cdot 16l}{8g}} = 3\sqrt{\frac{2l}{g}}.$$

Mezei Ferenc (Bp., II. Rákóczi F. g. IV. o. t.)

(Sok tanuló a rugalmatlan ütközésnél csak a jobboldali M tömeget vette figyelembe, holott a kötélt által a baloldali súly is részt vesz az ütközésben. Néhány más dolgozat rugalmatlan ütközésre az energiamegmaradás törvényét alkalmazta, ez azonban hibás, mivel a rugalmatlan ütközés (súrlódás, hőfejlődés stb. miatt) mechanikai energiavesztéssel jár.)