

Jelöljön x egy egész számot. Ki kell mutatnunk, hogy ha x két egész szám négyzetösszege, akkor $2x$ is ilyen tulajdonságú; ha pedig $2x$ két egész szám négyzetösszege, akkor x is ilyen tulajdonságú.

1⁰. Legyen tehát $x = a^2 + b^2$.

Ekkor $2x = 2a^2 + 2b^2 = (a + b)^2 + (a - b)^2$.

2⁰. Legyen $2x = u^2 + v^2$.

Kell, hogy u és v egyidőben párosak vagy páratlan számok legyenek; minthogy így $\frac{u+v}{2}$ és $\frac{u-v}{2}$ egész számok,

$$x = \left(\frac{u+v}{2}\right)^2 + \left(\frac{u-v}{2}\right)^2.$$

Freud Géza (Berzsenyi Dániel g. VII. o. Bp. V.)

Jegyzet. A megoldások egy része nem juttatja kifejezésre a 2⁰. részben, hogy $\frac{u+v}{2}$ és $\frac{u-v}{2}$ egész számok.

Egy másik rész pedig csak az 1⁰. részt igazolja.