

Hogy az előbbi feladat megoldásai racionális számok legyenek, szükséges és elegendő, hogy

$$4a + 1 \quad \text{és} \quad 4a - 3$$

a k és $k - \frac{2m}{n}$ racionális számok négyzetei legyenek. (m és n egész számokat jelentenek). Eszerint

$$4a + 1 = k^2 \quad 4a - 3 = \left(k - \frac{2m}{n}\right)^2.$$

Kivonással:

$$4 = 4k\frac{m}{n} - \frac{4m^2}{n^2} \quad \text{és innen} \quad k = \frac{m^2 + n^2}{mn}.$$

Mármost

$$a = \frac{k^2 - 1}{4} = \frac{(m^2 + n^2)^2}{4m^2n^2} - \frac{1}{4} = \frac{m^4 + n^4 + m^2n^2}{4m^2n^2}.$$

Az I. megoldása:

$$x = y = \frac{-1 \pm k}{2} = \frac{-mn \pm (m^2 + n^2)}{2mn}.$$

A II. megoldása:

$$x = \frac{+1 \pm \left(k - \frac{2m}{n}\right)}{2} = \frac{+1 \pm \frac{n^2 - m^2}{mn}}{2} = \frac{+mn \pm (n^2 - m^2)}{2mn}$$

$$y = \frac{mn \mp (n^2 - m^2)}{2mn}.$$

Szittyai Dezső (Wágner g. VI. o. Rákospalota.).