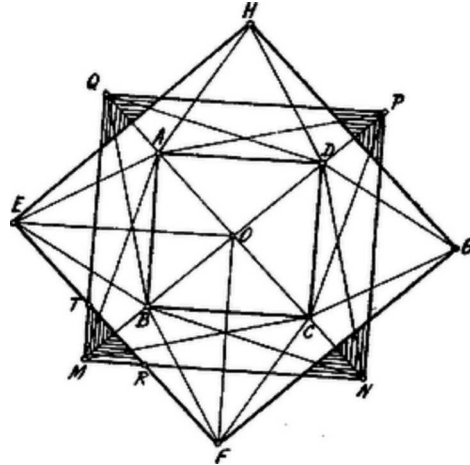


1⁰. Az $EFGH$ idom négyzet. Ugyanis átlói, EG és FH egyenlők és az $ABCD$ négyzet O középpontjában merőlegesen felezik egymást.



Már most

$$OE = \frac{a}{2} + \frac{a}{2}\sqrt{3} = \frac{a}{2}(\sqrt{3} + 1).$$

Az $EFGH$ négyzet területe négy egyenlőszárú derékszögű háromszög területének összege, azaz

$$\begin{aligned} t_1 &= 4 \cdot \frac{\overline{OE}^2}{2} = 2\overline{OE}^2 = 2 \cdot \frac{a^2}{4}(\sqrt{3} + 1)^2 = \\ &= a^2(2 + \sqrt{3}) \sim 3,732a^2. \end{aligned}$$

2⁰. Az $MNPQ$ idom szintén négyzet, melynek MP és NQ átlói ugyancsak egyenlők és az O pontban merőlegesen felezik egymást.

Az átló fele:

$$OM = AC \frac{\sqrt{3}}{2} = AB\sqrt{2} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{2}\sqrt{6}.$$

$MNPQ$ területe

$$t_2 = 4 \cdot \frac{\overline{OM}^2}{2} = 2\overline{OM}^2 = 2 \left(\frac{a}{2}\sqrt{6}\right)^2 = 2 \frac{a^2}{4} \cdot 6 = 3a^2.$$

3⁰. Az előbbi két idom közös részének területét megkapjuk, ha az $MNPQ$ négyzetéből kivonjuk a másikon kívül álló négy *egybevágó, egyenlőszárú* derékszögű háromszög terület-összegét. Ha egy ilyen háromszög, pl. MRT , magassága h , akkor területe $2 \frac{h^2}{2} = h^2$.

$$\text{Az } EF \text{ oldal távolsága } O\text{-tól} = \frac{EF}{2} = \frac{OE\sqrt{2}}{2} = \frac{a(\sqrt{3} + 1)}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Tehát } h = \frac{a\sqrt{6}}{2} - \frac{a(\sqrt{3} + 1)}{2\sqrt{2}} = \frac{a}{2\sqrt{2}}(2\sqrt{3} - \sqrt{3} - 1) = \frac{a}{2\sqrt{2}}(\sqrt{3} - 1).$$

A négy háromszög terület-összege:

$$4h^2 = \frac{a^2}{2}(\sqrt{3} - 1)^2 = \frac{a^2}{2}(3 - 2\sqrt{3} + 1) = a^2(2 - \sqrt{3}).$$

A két négyzet közös részének területe:

$$t_3 = t_2 - 4h^2 = 3a^2 - a^2(2 - \sqrt{3}) = a^2(\sqrt{3} + 1) \sim 2,732a^2.$$