

I. Megoldás. Legyen

$$y = \frac{x+1}{x-1}.$$

Innen

$$x = \frac{y+1}{y-1}.$$

Helyettesítsük x ezen kifejezését az $f(x) = 0$ egyenletbe; a törtek eltávolítása után keletkezik:

$$f(y) \equiv (y+1)^2 + p(y+1)(y-1) + q(y-1)^2 = 0,$$

ill.

$$f(y) \equiv (1+p+q)y^2 + 2(1-q)y + 1-p+q = 0.$$

II. Megoldás. Határozzuk meg $y_1 + y_2$ és $y_1 y_2$ értékét az $f(x) = 0$ egyenlet együttthatóival.

$$\begin{aligned} y_1 + y_2 &= \frac{x_1+1}{x_1-1} + \frac{x_2+1}{x_2-1} = \frac{2x_1x_2-2}{x_1x_2-(x_1+x_2)+1} = \frac{2(q-1)}{q+p+1}, \\ y_1 y_2 &= \frac{(x_1+1)(x_2+1)}{(x_1-1)(x_2-1)} = \frac{x_1x_2+(x_1+x_2)+1}{x_1x_2-(x_1+x_2)+1} = \frac{q-p+1}{q+p+1}. \end{aligned}$$

Eszerint y_1 és y_2 az

$$y^2 + \frac{2(1-q)}{q+p+1}y + \frac{q-p+1}{q+p+1} = 0,$$

ill.

$$f(y) \equiv (1+p+q)y^2 + 2(1-q)y + 1-p+q = 0$$

egyenlet gyökei.

$$\begin{aligned} p+q+1=0 \quad \text{esetében} \quad p &= -(q+1), \quad \text{és így az} \\ f(x) &\equiv x^2 - (q+1)x + q = 0 \quad \text{gyökei} \quad q \quad \text{és} \quad 1. \end{aligned}$$

Ezen esetet azonban, midőn az $f(x) = 0$ egyik gyöke 1, kizártuk.

Sinay Marianne (Ref. leányg. VI. o. Miskolc.)