I. Megoldás.

$$x(x+3) = x^2 + 3x$$
$$(x+1)(x+2) = x^2 + 3x + 2.$$

Ha már most $x^2 + 3x = y$, akkor egyenletünk:

$$16y(y+2) = 9 \quad \text{ill.} \quad 16y^2 + 32y - 9 = 0.$$

Innen $y = \dfrac{-32 \pm \sqrt{32^2 + 4 \cdot 16 \cdot 9}}{32} = \dfrac{-32 \pm 40}{32}$; $\quad y_1 = \dfrac{-9}{4}, \quad y_2 = +\dfrac{1}{4}$.

I. Ha $\quad x^2 + 3x = -\dfrac{9}{4}$, akkor $\quad x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{9-9}}{2} = \dfrac{-3}{2}$.

II. Ha $\quad x^2 + 3x = +\dfrac{1}{4}$. „ $\quad x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{9+1}}{2} = \dfrac{-3 + \sqrt{10}}{2}$.

Eszerint az eredeti negyedfokú egyenletnek négy gyöke:

$$\frac{-3-\sqrt{10}}{2}, \quad -\frac{3}{2}, \quad -\frac{3}{2}, \quad \frac{-3+\sqrt{10}}{2}.$$

$\left(\dfrac{3}{2}\right.$ az egyenletnek kétszeres gyöke.$\left.\right)$

Irányi László (Kegyesrendi gimn. VI. o. Szeged)

II. Megoldás. Az előző megoldás bevezetésében foglalt megállapítások mellett

$$x(x+1)(x+2)(x+3) = (x^2+3x)(x^2+3x+2) = (x^2+3x)^2 + 2(x^2+3x) =$$
$$(x^2+3x+1)^2 - 1.$$

Ha $x^2 + 3x + 1 = z$, akkor

$$16(z^2-1) = 9, \quad z^2 - 1 = \frac{9}{16}, \quad z^2 = \frac{25}{16}, \quad z = \pm\frac{5}{4}.$$

(I.) $\qquad x^2 + 3x + 1 = \dfrac{5}{4} \quad$ ill. $\quad x^2 + 3x = \dfrac{1}{4}$.

(II.) $\qquad x^2 + 3x + 1 = -\dfrac{5}{4} \quad$ ill. $\quad x^2 + 3x = -\dfrac{9}{4}$.

Ezen két egyenlet megoldását l. I.-ben.

Jegyzet. A III. évf. 1 számában, a 133 gyakorlatban kimutattuk, hogy ha négy egymásután következő egész szám szorzatához 1-et adunk, négyzetszámot kapunk. Ezt általánosíthatjuk:

ha egy számtani haladvány négy egymásután következő tagjának szorzatához a különbség negyedik hatványát adjuk, négyzetes kifejezést nyerünk. Ugyanis

$$x(x+d)(x+2d)(x+3d) + d^4 = (x^2+3dx)(x^2+3dx+2d^2) + d^4 =$$
$$= (x^2+3dx)^2 + 2(x^2+3dx)d^2 + d^4 = (x^2+3dx+d^2)^2.$$

A mi esetünkben $d = 1$.