

1°. A feladatban foglalt utasításokat követve, ábránk szerinti jelzésekkel

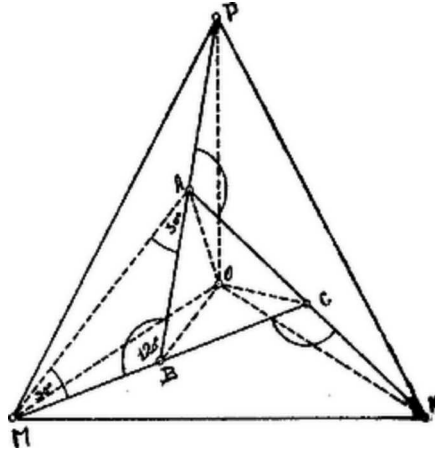
$$CMN\Delta \cong ANP\Delta \cong BPM\Delta.$$

Mindezen háromszögben két-két oldal és az általuk bezárt szög egyenlő:

$$\begin{aligned} CM = AN = BP = 2a; \quad CN = AP = BM = a \\ MCN\angle = NAP\angle = PBM\angle = 120^\circ. \end{aligned}$$

Ebből következik, hogy

$$MN = NP = PM.$$



2°. Kössük össze A -t az M ponttal. Az AMB egyenlőszárú háromszög B csúcsánál fekvő szög 120° , az AM alapon fekvő szögek mindegyike 30° .

Tehát

$$CAM\angle = CAB\angle + BAM\angle = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ.$$

$$AM = \sqrt{CM^2 - AC^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}.$$

$$MN = \sqrt{AN^2 + AM^2} = \sqrt{4a^2 - 3a^2} = a\sqrt{7}.$$

Az MNP háromszög mindegyik oldala: $a\sqrt{7}$.

3°. Kössük össze az O pontot az $ABC\Delta$, ill. az $MNP\Delta$ csúcsaival. Ekkor

$$OAN\Delta \cong OBP\Delta \cong OCM\Delta.$$

Ugyanis

$$OA = OB = OC; \quad AN = BP = CM.$$

$$OAN\angle = OBP\angle = OCM\angle = 30^\circ.$$

Az egybevágóság ismét azáltal áll elő, hogy két-két oldal és az általuk bezárt szög egyenlő.

Az egybevágóságból következik: $ON = OP = OM$, azaz O az MNP háromszögnek is a középpontja.

Dénes László (Áll. Szent István g. VI. o. Bp. XIV.)

Jegyzet: Ha az $ABC\Delta$ -et O körül 120° -kal elforgatjuk, pl. a pozitív irányban, akkor A a B -re, B a C -re, C az A -ra esik. Ugyanekkor az BAP egyenes a CBM , a CBM egyenes az ACN , a ACN egyenes az BAP helyzetbe kerül, azaz: P az M , M az N , N a P helyére kerül. Eszerint $MNP\Delta$ is egyenlő oldalú. E háromszög középpontja ugyancsak O .