

I. Megoldás. Azonos egyenletnek az x bármely értéke mellett fenn kell állania. Távolítsuk el a törteket:

$$(x+1)^2 \equiv A(x^2+x+1) + (Bx+C)(x+2).$$

Ha $x = -2$, $(-2+1)^2 = 1 = A(4-2+1) = 3A$; innen $A = \frac{1}{3}$.

$$\begin{aligned} x = 0, & & 1 = A + 2C; & 2C = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}; & C = \frac{1}{3}. \\ x = -1, & & 0 = A(1-1+1) + (-B+C)(-1+2). \\ & & 0 = A + C - B, & \text{tehát } B = A + C = \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

Ezek alapján:

$$\frac{(x+1)^2}{(x+2)(x^2+x+1)} \equiv \frac{1}{3} \left[\frac{1}{x+2} + \frac{2x+1}{x^2+x+1} \right].$$

Chabada György (Bencés g. VI. o. Győr.)

II. Megoldás. Előbbi megoldásban láttuk, hogy

$$\begin{aligned} (x+1)^2 &\equiv A(x^2+x+1) + (Bx+C)(x+2) \\ x^2+2x+1 &\equiv (A+B)x^2 + (A+2B+C)x + A+2C. \end{aligned}$$

Az azonosságból következik, hogy x egyenlő hatványaihoz egyenlő együtthatók tartoznak, tehát

$$\begin{aligned} (1) & & A + B &= 1 \dots \\ (2) & & A + 2B + C &= 2 \dots \\ (3) & & A + 2C &= 1 \dots \end{aligned}$$

(1) tagjait kivonva (2), ill. (3) tagjaiból, keletkezik

$$\begin{aligned} (4) & & B + C &= 1 \dots \\ (5) & & 2C - B &= 0 \dots \end{aligned}$$

Tehát:

$$3C = 1, \quad C = \frac{1}{3}, \quad B = 2C = \frac{2}{3}, \quad A = 1 - B = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}.$$

Dischka Mária (Szent Angéla leányg. V. o. Bp. II.)