

¹⁰. Tulajdonképpen két egyenletrendszerrel van dolgunk, aszerint, amint a -t $+$ vagy $-$ jellel vesszük.

I.

$$(1a) \quad y = mx + a \dots$$

$$(2a) \quad a(y - x) = xy \dots$$

y kiküszöbölésével keletkezik:

$$(3) \quad mx^2 + a(2 - m)x - a^2 = 0 \dots$$

3)-nak valósak a gyökei, ha

$$a^2(2 - m)^2 + 4a^2m \geq 0, \quad \text{ill.} \quad a^2(4 + m^2) > 0.$$

Ezen feltétel mindenkor ki van elégítve; az I. egyenletrendszernek az m bármely értéke mellett két valós megoldása van.

II.

$$(1b) \quad y = mx - a \dots$$

$$(2b) \quad a(y - x) = xy \dots$$

y kiküszöbölésével keletkezik: $mx^2 - max + a^2 = 0 \dots$

4)-nek valósak a gyökei, ha

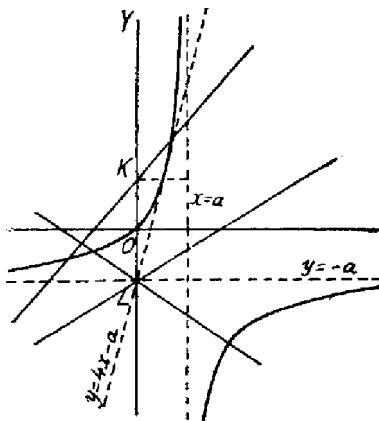
$$m^2a^2 - 4ma^2 \geq 0 \quad \text{ill.} \quad m(m - 4) \geq 0.$$

Ezen esetben akkor valósak a gyökök, ha $m \leq 0$ vagy $m \geq 4$.

$$2^0. \text{ 2)-ből } y = \frac{ax}{a - x} = \frac{a(x - a) + a^2}{a - x} = -a + \frac{a^2}{a - x}.$$

Ha x végtelen felé tart, akkor a függvény értéke $-a$ -hoz közeledik, a görbe az $y = -a$ egyeneshez (és ezt a végtelenben érinti, ha $x = \pm\infty$).

y értéke $+\infty$ felé tart, ha x az a -nál kisebb értékek oldalán, azonban $-\infty$ felé tart, ha x az a -nál nagyobb értékek oldalán közeledik a -hoz. A görbe az $x = a$ egyenest a végtelenben érinti (ha $y = \pm\infty$).



A görbének két egymásra merőleges aszimptotája van, eszerint: egyenlőoldalú hiperbolával van dolgunk.

Az $y = mx + a$ egyenes keresztülmegy a $K(x = 0, y = +a)$ ponton; irányhatározója m . A K ponton átmenő bármely egyenes metszi a görbét két pontban. Ha $m = 0$, az egyik metszéspont a $P\left(x = \frac{a}{2}, y = a\right)$, a másik a végtelenben van.

Ha $m = \infty$, az egyik metszéspont az origo ($x = 0, y = 0$), a másik a végtelenben van.

Az $y = mx - a$ egyenes keresztülmegy az $L(x = 0, y = -a)$ ponton. Ezen ponton átmenő egyenesek közül az, amelyikre nézve $m = 0$ (párhuzamos X tengellyel), a görbe aszimptotája. Amelyikre nézve $m = 4$, érinti a görbét. Ugyanis ekkor 4)-ből

$$4x^2 - 4ax + a^2 = 0 \quad \text{azaz} \quad (2x - a)^2 = 0.$$

$x = \frac{a}{2}$ ezen egyenlet kétszeres gyöke; tehát az $y = 4x - a$ egyenes a görbét a $P\left(x = \frac{a}{2}, y = a\right)$ pontban érinti.

Az L ponton átmenő egyenesek közül azoknak, melyek az $y = -a$ aszimptota ($X' LX$) és az $y = 4x - a$ érintő által alkotott *hegyes* szögön belül esnek, a görbével nincs közös pontjuk. (Ezekre nézve $0 < m < 4$).

Steiner Iván (Toldy Ferenc g. VI. o. Bp. II.)