

$$\frac{a^2 - b^2}{a^3 - b^3} = \frac{(a - b)(a + b)}{(a - b)(a^2 + ab + b^2)} = \frac{a + b}{a^2 + ab + b^2}.$$

Már most, ha a és b relatív prímek, akkor kell, hogy

$$n_1 = a + b \quad \text{és} \quad n_2 = a^2 + ab + b^2 = (a + b)^2 - ab$$

is relatív prímszámok legyenek.

Legyen ugyanis valamely p törzsszám n_1 és n_2 számok közös osztója; akkor p osztója az

$$n_1^2 - n_2 = ab$$

számnak, tehát vagy az a vagy b számnak. Ha pedig p osztója pl. az a -nak, közös osztója az

$$a \quad \text{és} \quad n_1 = a + b$$

számoknak is és így b -nek is osztója. Eszerint, ha n_1 és n_2 nem relatívprímek, akkor a és b sem ilyenek; ez pedig ellenkezik feltevésünkkel. Kell tehát, hogy n_1 és n_2 relatív prímek legyenek, más szóval az

$$\frac{a + b}{a^2 + ab + b^2}$$

tört irreducibilis. Azonban $\frac{49}{1801}$ is irreducibilis. Ebből következik, hogy

$$a + b = 49 \quad \text{és} \quad (a + b)^2 - ab = 1801, \quad \text{azaz} \quad ab = 49^2 - 1801 = 600,$$

tehát a és b az

$$x^2 - 49x + 600 = 0 \quad \text{egyenlet gyökei; ezek pedig} \quad 25 \quad \text{és} \quad 24.$$

A feladat megoldása: $a = 25$, $b = 24$ vagy $a = 24$, $b = 25$.

Forgács Péter (Ág. ev. g. VI. o., Bp.)