

$$\begin{aligned} (3) \quad & \sin x + \sin(x + 2y) = 2 \sin(x + y) \cos y \dots \\ (4) \quad & \cos x + \cos(x + 2y) = 2 \cos(x + y) \cos y \dots \end{aligned}$$

Helyettesítve (3) szerint (1)-be (4) szerint (2)-be, keletkezik

$$\begin{aligned} (1a) \quad & \sin(x + y)[1 + 2 \cos y] = \sin \varphi \dots \\ (2a) \quad & \cos(x + y)[1 + 2 \cos y] = \cos \varphi \dots \end{aligned}$$

Utóbbi egyenlet mindkét oldalát négyzetre emelve és összeadva:

$$[\sin^2(x + y) + \cos^2(x + y)] [1 + 2 \cos y]^2 = \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi,$$

tehát

$$(5) \quad (1 + 2 \cos y)^2 = 1 \quad \text{vagyis} \quad 4 \cos^2 y + 4 \cos y = 0 \dots$$

Innen:

$$\cos y = 0 \quad \text{és} \quad \cos y = -1.$$

I. Ha $\cos y = 0$, akkor 1a) és 2a)-ból:

$$\sin(x + y) = \sin \varphi \quad \text{és} \quad \cos(x + y) = \cos \varphi,$$

tehát $x + y = \varphi$ és $\cos y = 0$ miatt $y = \frac{\pi}{2}$ vagy $\frac{3\pi}{2}$ ¹.

Eszerint

$$x = \varphi - \frac{\pi}{2} \quad \text{vagy} \quad x = \varphi - \frac{3\pi}{2}.$$

II. Ha $\cos y = -1$, akkor 1a) és 2a)-ból:

$$-\sin(x + y) = \sin \varphi \quad \text{és} \quad -\cos(x + y) = \cos \varphi.$$

Ez csak úgy lehet, ha $x + y = \varphi + \pi$.

$$\cos y = -1 \quad \text{alapján} \quad y = \pi, \quad \text{tehát} \quad x = \varphi^2.$$

Nádlér Miklós (Kossuth Lajos g. VII. o. Pestszenterzsébet.)

¹ Általában: $x + y = \varphi + 2k\pi$, $y = \frac{\pi}{2} + l\pi$ és $x = \varphi - \frac{\pi}{2} + n\pi$, ahol l ill. n bármely egész szám.

² Általában $x + y = \varphi + (2k + 1)\pi$, $y = (2l + 1)\pi$ és így $x = \varphi + 2n\pi$.