

I. Megoldás. Jelölje t_1 az $AOB\triangle$, a t_2 , a $COD\triangle$, és x az $AOD\triangle$, ill. $BOC\triangle$ területét; utóbbiak területe az egybevágóságuk miatt egyenlő.

Az AOD és AOB háromszögeknek DO és OB alapjuk egy egyenesbe esik, az A csúcsuk közös; ezért magasságuk egyenlő. Területük aránya tehát a DO és OB alapok arányával egyezik meg, azaz

$$(1) \quad x : t_1 = DO : OB \dots$$

Hasonlóan a BOC és BOD háromszögekre nézve

$$(2) \quad x : t_2 = OB : DO \dots$$

1) és 2) megfelelő tagjait szorozva:

$$x^2 : t_1 t_2 = DO \cdot OB : OB \cdot DO, \quad \text{tehát} \quad x^2 = t_1 t_2.$$

(Más szóval: az AOD ill. $BOC\triangle$ területe az AOB és COD háromszögek területeinek mértani középárányosa). Ezek alapján a trapéz területe

$$t = t_1 + t_2 + 2x = t_1 + t_2 + 2\sqrt{t_1 t_2} = (\sqrt{t_1} + \sqrt{t_2})^2, \\ t = 52 + 117 + 2\sqrt{4 \cdot 13 \cdot 9 \cdot 13} = 52 + 117 + 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 13 = 325 \text{ m}^2.$$

Holló György (Dobó István g. VI. o. Eger)

II. Megoldás. Legyen $AB = a$, $CD = b$ a trapéz magasságának szeletei m_1 , m_2 . Minthogy $AOB\triangle \sim COD\triangle$,

$$m_1 : m_2 = a : b \quad \text{és} \quad t_1 : t_2 = a^2 : b^2.$$

Eszerint

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{t_1}{t_2} = \frac{52}{117} = \frac{4}{9},$$

tehát

$$\frac{a}{b} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{3} \quad \text{ill.} \quad b = \frac{3a}{2} \quad \text{és} \quad m_2 = \frac{3m_1}{2}.$$

A trapéz területe

$$t = \frac{1}{2}(a+b)(m_1+m_2) - \frac{1}{2}\left(a + \frac{3a}{2}\right)\left(m_1 + \frac{3m_1}{2}\right) = \frac{25am_1}{8} = \frac{25 \cdot 2t_1}{8} \\ t = \frac{25 \cdot 104}{8} = 325 \text{ m}^2.$$

Kalcsó Gyula (Balassi Bálint g. VI. o. Balassagyarmat)