

1.^o Helyettesítsünk x helyébe $-\frac{1}{x}$ -et; keletkezik

$$\frac{1}{x^4} + \frac{4}{x^2} + 1 + \frac{a}{x} \left(\frac{1}{x^2} - 1 \right) = 0 \quad \text{vagy} \quad 1 + 4x^2 + x^4 + ax(1 - x^2) = 0$$

azaz

$$(1) \quad x^4 + 4x^2 + 1 - ax(x^2 - 1) = 0 \dots$$

2.^o Az egyenlet minden tagját elosztjuk x^2 -ével:

$$x^2 + 4 + \frac{1}{x^2} - a \left(x - \frac{1}{x} \right) = 0$$

Ha

$$x - \frac{1}{x} = y, \quad \text{akkor} \quad x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} = y^2 \quad \text{ill.} \quad x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 + 2.$$

Így az adott egyenletből keletkezik:

$$(2) \quad y^2 - ay + 6 = 0 \dots$$

Ezen egyenlet gyökei valósak, ha $a^2 - 24 \geq 0$, tehát, ha

$$|a| > \sqrt{24} = 2\sqrt{6} \quad \text{ill.} \quad \text{ha } a < -2\sqrt{6} \quad \text{vagy} \quad a > 2\sqrt{6}.$$

3.^o A (2) gyökei egyenlők, ha $a = \pm 2\sqrt{6}$.

$$\begin{aligned} a = 2\sqrt{6} \quad \text{mellett} \quad y_1 = y_2 &= \sqrt{6} \\ a = -2\sqrt{6} \quad \text{mellett} \quad y_1 = y_2 &= -\sqrt{6} \end{aligned}$$

A megfelelő x értékek az

$$x - \frac{1}{x} = y \quad \text{ill.} \quad x^2 - yx - 1 = 0, \quad \text{tehát az } x^2 \pm \sqrt{6}x - 1 = 0 \text{ egyenletek gyökei.}$$

$$x^2 - x\sqrt{6} - 1 = 0 \text{ gyökei: } x_1 = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{10}}{2}, \quad x_2 = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{10}}{2} =$$

$$x^2 + x\sqrt{6} - 1 = 0 \text{ gyökei: } x_3 = \frac{-\sqrt{6} + \sqrt{10}}{2}, \quad x_4 = \frac{-\sqrt{6} - \sqrt{10}}{2}$$

Hoffmann Tibor (Szent-István g. VI. o. Bp. XIV.)