

A keresett számok legyenek A és B , legn. k. osztójak D , tehát

$$A = aD \text{ és } B = bD \text{ és legk. k. többszörösük } abD$$

Itt a és b már relatív prímszámok. Adataink szerint

$$A + B = (a + b)D = 2160 \quad \text{és} \quad abD = 9828.$$

Minthogy a és b relatív prímszámok, kell, hogy $a + b$ és ab is ilyenek legyenek. Ha ugyanis $a + b$ és ab közös osztója lenne a p törzsszám, akkor p az ab szorzat egyik tényezőjének osztója, pl. a -nak; mivel még p az $a + b$ összegnek is osztója, kell, hogy b -nek is osztója legyen, azaz: p az a és b számoknak is közös osztója lenne. Ez azonban ellenkezik azon feltevésünkkel, amely szerint a és b relatív prímelek.

Ebből következik most már, hogy D , t. i. A és B legnagyobb k. osztója egyszersmind 2160 és 9828-nak is legn. k. osztója. Azonban

$$2160 = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5 \quad \text{és} \quad 9828 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 7 \cdot 13 \quad \text{és így} \quad D = 2^3 \cdot 3^3 = 108.$$

Eszerint

$$a + b = 20 \quad \text{és} \quad ab = 91,$$

tehát a és b az

$$x^2 - 20x + 91 = 0$$

egyenlet gyökei:

$$a = 7 \quad \text{és} \quad b = 13 \quad \text{vagy} \quad a = 13 \quad \text{és} \quad b = 7.$$

Lényegileg egy számcsoportot kapunk, amely a feladat követelményének megfelel:

$$7 \cdot 108 = 756 \quad \text{és} \quad 13 \cdot 108 = 1404.$$

Lőke Endre (Premontrei g. VI. o. Keszthely)

Jegyzet. $ab = 91$ úgy értelmezhető, hogy 91 két tényezőre bontandó; ezek relatív prímelek legyenek és összegük 20. 91 tényezői: 1, 7, 13, 91.

Ezek közül 7 és 13 elégítik ki a követelményeket.