

Legyen $7x^2 - 5x = y$. Ezt helyettesítve, keletkezik:

$$(1) \quad -y - 8\sqrt{y+1} = 8 \quad \text{vagy} \quad -8\sqrt{y+1} = 8 + y \dots$$

Innen már kiolvashatjuk, hogy egyenletünknek nem lehet megoldása. Ugyanis, (2) alapján kell hogy $8 + y \leq 0$, azaz $y \leq -8$ legyen. Azonban, ha $y \leq -8$, akkor a baloldalon a négyzetgyök alatt $y+1 \leq -7$ áll, tehát a baloldal nem lehet valós, holott a jobboldal valós.

Négyzetre emelve a (1) mindkét oldalán:

$$(2) \quad 64(y+1) = 64y^2 + 16y \quad \text{ill.} \quad y^2 - 48y = y(y-48) = 0 \dots$$

A (3) gyökei: $y_1 = 0$, $y_2 = 48$. Ha ezeket (1)-be helyettesítjük

$$-8 = 8 \quad \text{ill.} \quad -56 = 56,$$

tehát ellenmondás áll elő. $y_1 = 0$ és $y_2 = 48$ idegen gyökök, t. i. a $8\sqrt{y+1} = 8 + y$ egyenlet gyökei. Ebből, négyzetre-emelés által ugyancsak a (3)-hoz jutunk.

$$\begin{aligned} y_1 = 0 \quad \text{mellett} \quad 7x^2 - 5x = 0, \quad \text{azaz} \quad x_1 = 0, \quad x_2 = \frac{5}{7}. \\ y_2 = 0 \quad , , \quad 7x^2 - 5x - 48 = 0, \quad \text{azaz} \quad x'_1 = 3, \quad x'_2 = -\frac{16}{7}. \end{aligned}$$

x_1, x_2, x'_1, x'_2 kielégítik valamennyien az $5x - 7x^2 + 8\sqrt{7x^2 - 8x + 1} = 8$ egyenletet.

Juhász Kató (Szent-Margit leányg. VI. o. Bp. XI.)