

I. Megoldás. Az addíció-tétel alkalmazásával:

$$\begin{aligned}\sin 3x &= \sin(2x + x) = \sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x = \\ &= 2 \sin x \cos^2 x + (\cos^2 x - \sin^2 x) \sin x = (3 \cos^2 x - \sin^2 x) \sin x.\end{aligned}$$

Ha itt még $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ helyettesítést végzünk, akkor

$$\sin 3x = (3 - 4 \sin^2 x) \sin x = k \sin x$$

egyenlethez jutunk. A $\sin x = 0$ megoldást nem tekintve,

$$3 - 4 \sin^2 x = k, \quad \text{ill.} \quad \sin^2 x = \frac{3 - k}{4}.$$

Minthogy $\sin^2 x > 0$, kell, hogy $k \leq 3$ legyen; továbbá kell, hogy

$$\sin^2 x = \frac{3 - k}{4} \leq 1 \text{ legyen, azaz } k \geq 1.$$

Eszerint k a $[-1, +3]$ intervallumban lehet.

Ha $k = -1$, $\sin^2 x = 1$ és $\sin x = \pm 1$.

Ha $k = +3$, $\sin x = 0$.

Horváth Sándor (Br. Kemény Zsigmond g. VI. o. Bp. VI.).

II. Megoldás.

$$\sin 3x = 2 \sin x \cos^2 x + \cos 2x \sin x = k \sin x$$

egyenletből, a $\sin x = 0$ megoldást nem tekintve, keletkezik:

$$2 \cos^2 x + \cos 2x = k \quad \text{vagy} \quad 1 + \cos 2x + \cos 2x = k$$

és innen

$$\cos 2x = \frac{k - 1}{2}.$$

Minthogy $\cos 2x \geq -1$, $\frac{k - 1}{2} \geq -1$, ha $k \geq -1$.

Másrészt $\cos 2x \leq +1$, tehát $\frac{k - 1}{2} \leq +1$, ha $k \leq +3$.

Eszerint megoldás akkor van, ha $-1 \leq k \leq +3$.

Feltéve, hogy k eleget tesz ezen feltételnek, $\frac{k - 1}{2}$ oly szög cosinusa, mely 0 és π között van; legyen egy ilyen szög α .

Így

$$2x = \pm \alpha + 2n\pi \text{ ill. } x = n\pi \pm \frac{\alpha}{2},$$

ahol n bármely egész számot jelent.