

Legyen $\sqrt{x+2+2\sqrt{x+1}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

Négyzetreemeléssel $x+2+2\sqrt{x+1} = a+b+2\sqrt{ab}$,

tehát $x+2 = a+b$ és $x+1 = ab$.

Így a és b az $u^2 - (x+2)u + (x+1) = 0$

egyenlet gyökei. Ezek $u_{1,2} = \frac{x+2 \pm \sqrt{(x+2)^2 - 4(x+1)}}{2} = \frac{x+2 \pm x}{2}$

vagyis $u_1 = x+1$ és $u_2 = 1$.

Tehát $a = x+1$ és $b = 1$ (vagy megfordítva) és

$$\sqrt{x+2+2\sqrt{x+1}} = \sqrt{x+1} + 1.$$

Hasonlóan $\sqrt{x+2-2\sqrt{x+1}} = \sqrt{x+1} - 1$ ¹.

$$\sqrt{(x+2)+2\sqrt{x+1}} - \sqrt{(x+2)-2\sqrt{x+1}} = 2.$$

Kovács Illés (Fazekas Mihály g. VI. o. Debrecen).

Jegyzet. $\sqrt{x+2 \pm 2\sqrt{x+1}} = \sqrt{x+1 \pm 2\sqrt{x+1} + 1} =$
 $= \sqrt{(\sqrt{x+1} \pm 1)^2} = \sqrt{x+1} \pm 1.$

¹Itt nem cserélhetők fel a jobboldal tagjai.