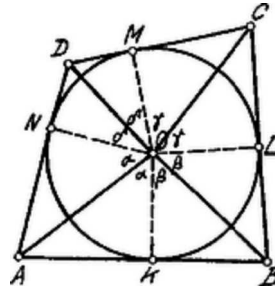


1⁰ Az AB , BC , CD , DA oldalak érintési pontjai rendre K , L , M , N . Ismeretes, hogy OA felezi az NOK , OB a KOL , OC az LOM , OD az MON szöget. így

$$\begin{aligned} NOA \sphericalangle &= AOK \sphericalangle = \alpha, & KOB \sphericalangle &= BOL \sphericalangle = \beta, \\ LOC \sphericalangle &= COM \sphericalangle = \gamma, & MOD \sphericalangle &= DON \sphericalangle = \delta. \end{aligned}$$

Eszerint

$$\begin{aligned} \widehat{AOB} + \widehat{COD} &= \alpha + \beta + \gamma + \delta \\ \widehat{DOA} + \widehat{BOC} &= \delta + \alpha + \beta + \gamma. \end{aligned}$$



Azonban $2(\alpha + \beta + \gamma + \delta) = 360^\circ$ (az O körüli középponti szögek összege) tehát $\widehat{AOB} + \widehat{COD} = \alpha + \beta + \gamma + \delta = 180^\circ$.

2⁰. Az AOB és COD háromszögek közös O csúcsából kiinduló magasságuk egyenlő; ezért területük aránya a megfelelő alapok arányával egyenlő $\left(\frac{AB}{CD}\right)$. Másrészt ezen háromszögek közös O csúcsánál fekvő szögük 1⁰ szerint egymásnak kiegészítői és ezért területük aránya e szögeket bezáró oldalak szorzatának arányával is egyenlő, azaz

$$\frac{AB}{CD} = \frac{OA \cdot OB}{OC \cdot OD}.$$

Hasonlóan:

$$\frac{AD}{CB} = \frac{OA \cdot OD}{OC \cdot OB}.$$

E két egyenlet megfelelő oldalait szorozva, keletkezik:

$$\frac{AB \cdot AD}{CB \cdot CD} = \left(\frac{OA}{CO}\right)^2.$$