Az 1) egyenlet szerint

$$\sin x+\cos y-\sin x+\sin\left(\frac{\pi}{2}-y\right)=\sin x-\sin\left(y-\frac{\pi}{2}\right)=0,$$

tehát

$$\sin x=\sin\left(y-\frac{\pi}{2}\right).$$

Már most két eset lehetséges.

I. $x=y-\frac{\pi}{2}$; így $\cos x=\cos\left(y-\frac{\pi}{2}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-y\right)=\sin y$.

Ha $\cos x$ helyett 2)-be $\sin y$-t helyettesítünk, keletkezik $\sin^2 y=-\frac{1}{2}$. Ennek pedig nincs megoldása.

II. $x=\pi-\left(y-\frac{\pi}{2}\right)=\frac{3\pi}{2}-y$. Most $\cos x=-\cos\left(y-\frac{\pi}{2}\right)=\sin y$. Ezt behelyettesítve 2)-be, keletkezik: $-\sin^2 y=-\frac{1}{2}$,

tehát $$\sin^2 y=\frac{1}{2} \text{ és } \sin y=+\sqrt{\frac{1}{2}}=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Eszerint, ha $\sin y=+\frac{\sqrt{2}}{2}$, akkor $y=\frac{\pi}{4}$ és $\frac{3\pi}{4}$.

$y=\frac{\pi}{4}$ mellett $x=\frac{3\pi}{2}-\frac{\pi}{4}=\frac{5\pi}{4}$; ha $y=\frac{3\pi}{4}$, akkor $x=\frac{3\pi}{2}-\frac{3\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}$.

Ha pedig $\sin y=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, akkor $y=\frac{5\pi}{4}$, ill. $\frac{7\pi}{4}$.

Az előbbi esetben $x=\frac{3\pi}{2}-\frac{5\pi}{4}=\frac{\pi}{4}$, utóbbi esetben $x=\frac{3\pi}{2}-\frac{7\pi}{4}=-\frac{\pi}{4}$. Azonban $x=-\frac{\pi}{4}$ függvényei megegyeznek $-\frac{\pi}{4}+2\pi=\frac{7\pi}{4}$ függvényeivel.

Egyenletünket tehát 4 értékpár elégíti ki, 0 és 2π között:

$$\begin{aligned} x&=\frac{\pi}{4}, \quad \frac{3\pi}{4}, \quad \frac{5\pi}{4}, \quad \frac{7\pi}{4}.\\ y&=\frac{5\pi}{4}, \quad \frac{3\pi}{4}, \quad \frac{\pi}{4}, \quad \frac{7\pi}{4}.\end{aligned}$$

NB. Az összetartozó értékek egymás alatt állanak.

$\frac{\pi}{4}$ a 45°-ú szög abszolút mérőszáma.

Dudás Imre (Fazekas Mihály r. VI. o. Debrecen).

Jegyzet. Egyenleteink mutatják, hogy $\sin x$ és $\cos y$, valamint $\cos x$ és $\sin y$ ellenkező előjelűek. Az előjeleknek ezen ellenkezősége a második és negyedik negyedbeli szögeknél megvan, tehát, ha x második, ill. negyedik negyedbeli szög $\left(\frac{3\pi}{4}, \text{ ill. } \frac{7\pi}{4}\right)$, akkor y is második, ill. negyedik negyedbeli szög.

Az első és harmadik negyedben a sin és cosin előjelre megegyeznek, az elsőben mindakettő pozitív, a harmadikban mindakettő negatív. Ha tehát x az első negyedben, akkor y a harmadik negyedben van és viszont.