Az 1) egyenlet szerint

$$\sin x + \cos y - \sin x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - y\right) = \sin x - \sin\left(y - \frac{\pi}{2}\right) = 0,$$

tehát

$$\sin x = \sin\left(y - \frac{\pi}{2}\right).$$

Már most két eset lehetséges.

I. $x = y - \frac{\pi}{2}$; így $\cos x = \cos\left(y - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - y\right) = \sin y$.

Ha $\cos x$ helyett 2)-be $\sin y$-t helyettesítünk, keletkezik $\sin^2 y = -\frac{1}{2}$. Ennek pedig nincs megoldása.

II. $x = \pi - \left(y - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{3\pi}{2} - y$. Most $\cos x = -\cos\left(y - \frac{\pi}{2}\right) = \sin y$. Ezt behelyettesítve 2)-be, keletkezik: $-\sin^2 y = -\frac{1}{2}$,

tehát $\qquad \sin^2 y = \frac{1}{2}$ és $\sin y = +\sqrt{\frac{1}{2}} = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Eszerint, ha $\sin y = +\frac{\sqrt{2}}{2}$, akkor $y = \frac{\pi}{4}$ és $\frac{3\pi}{4}$.

$y = \frac{\pi}{4}$ mellett $x = \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$; ha $y = \frac{3\pi}{4}$, akkor $x = \frac{3\pi}{2} - \frac{3\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$.

Ha pedig $\sin y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, akkor $y = \frac{5\pi}{4}$, ill. $\frac{7\pi}{4}$.

Az előbbi esetben $x = \frac{3\pi}{2} - \frac{5\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$, utóbbi esetben $x = \frac{3\pi}{2} - \frac{7\pi}{4} = -\frac{\pi}{4}$. Azonban $x = -\frac{\pi}{4}$ függvényei megegyeznek $-\frac{\pi}{4} + 2\pi = \frac{7\pi}{4}$ függvényeivel.

Egyenletünket tehát 4 értékpár elégíti ki, 0 és 2π között:

$$x = \frac{\pi}{4}, \quad \frac{3\pi}{4}, \quad \frac{5\pi}{4}, \quad \frac{7\pi}{4}.$$
$$y = \frac{5\pi}{4}, \quad \frac{3\pi}{4}, \quad \frac{\pi}{4}, \quad \frac{7\pi}{4}.$$

NB. Az összetartozó értékek egymás alatt állanak.

$\frac{\pi}{4}$ a 45°-ú szög abszolút mérőszáma.

Dudás Imre (Fazekas Mihály r. VI. o. Debrecen).

Jegyzet. Egyenleteink mutatják, hogy $\sin x$ és $\cos y$, valamint $\cos x$ és $\sin y$ ellenkező előjelűek. Az előjeleknek ezen ellenkezősége a második és negyedik negyedbeli szögeknél megvan, tehát, ha x második, ill. negyedik negyedbeli szög $\left(\frac{3\pi}{4}, \text{ ill. } \frac{7\pi}{4}\right)$, akkor y is második, ill. negyedik negyedbeli szög.

Az első és harmadik negyedben a sin és cosin előjelre megegyeznek, az elsőben mindakettő pozitív, a harmadikban mindakettő negatív. Ha tehát x az első negyedben, akkor y a harmadik negyedben van és viszont.