

A 1^0 . A keresett egyenlet legyen: $x^2 + px + q = 0$, ahol tehát

$$x_1 + x_2 = -p \quad \text{és} \quad x_1 x_2 = q.$$

Ennek tekintetbevételével 1)-ből és 2)-ből

$$(1a) \quad -p + 2q = 2m + k \dots$$

$$(2a) \quad p + q + 1 = m + 1 - k \dots$$

Innen:

$$3q = 3m, \quad \text{azaz} \quad q = m \quad \text{és így} \quad p = -k.$$

A keresett egyenlet:

$$(3) \quad x^2 - kx + m = 0 \dots$$

Ezen egyenlet gyökei valósak, ha $k^2 \geq 4m$.

2^0 . Ha $x_1 - x_2 = 1$, akkor, mivel $x_1 + x_2 = k$,

$$x_1 = \frac{1+k}{2} \quad \text{és} \quad x_2 = \frac{k-1}{2}, \quad x_1 x_2 = \frac{k^2-1}{4}.$$

Azonban $x_1 x_2 = q = m$, tehát $k^2 - 1 = 4m$, $k^2 > 4m$.

3^0 . Az előbbi szerint $k^2 = 4m + 1$. Ha ezenkívül még $k - m = 1$, azaz $k = m + 1$, akkor

$$(m+1)^2 = 4m+1 \quad \text{és így} \quad m^2 - 2m = m(m-2) = 0.$$

Eszerint

$$m_1 = 0 \quad \text{és} \quad k_1 = 1, \quad \text{ill.} \quad m_2 = 2 \quad \text{és} \quad k_2 = 3.$$

$k_1 = 1$ esetében

$$x_1 = 1 \quad \text{és} \quad x_2 = 0.$$

$k_2 = 3$ esetében

$$x_1 = 2 \quad \text{és} \quad x_2 = 1.$$

Varga Zoltán (Bencés g. VI. o. Kőszeg.)