

1⁰. A törtek eltávolításával egyenletünk

$$f(x) \equiv k(x-1)(x-2) - (x-1) - (x-2) = 0$$

alakban írható. Már most

$$f(1) = -1 + 2 = +1 > 0 \quad \text{és} \quad f(2) = -2 + 1 = -1 < 0,$$

azaz $f(1)$ és $f(2)$ ellenkező előjelűek. Ebből következik, hogy az $f(x) = 0$ másodfokú egyenletnek 1 és 2 között egy gyöke (tehát két valós gyöke) van.

2⁰. $x = \frac{5}{4}$ kielégíti az $f(x) = 0$ egyenletet, ha

$$\frac{1}{\frac{5}{4} - 1} + \frac{1}{\frac{5}{4} - 2} = k, \quad \text{azaz} \quad 4 - \frac{4}{3} = k,$$

tehát $k = \frac{8}{3}$. Ebben az esetben

$$\frac{8}{3}(x-1)(x-2) - (x-1) - (x-2) = 0 \quad \text{vagyis} \quad 8x^2 - 30x + 25 = 0.$$

A gyökök szorzata: $\frac{25}{8}$. Ha ezt osztjuk az egyik gyök értékével, t. i. $\frac{5}{4}$ -del, megkapjuk a másik gyököt: $\frac{25}{8} : \frac{5}{4} = \frac{5}{2}$.

Ha tehát az egyenlet egyik gyöke $\frac{5}{4}$, akkor a másik gyöke $\frac{5}{2}$.

Grünfeld Sándor (Dobó István r. VI. o., Eger)
és *Sommer György* (" " " " ")