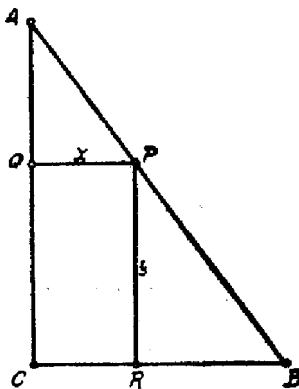


I. Megoldás. A P pontot meghatározzuk azáltal, hogy kiszámítjuk az AC befogótól való $PQ = x$, a BC befogótól való $PR = y$ távolságát.

Az APQ Δ területe $\frac{1}{2}x(b-y)$; a PRB Δ -é $\frac{1}{2}y(a-x)$.



A feladat követelménye:

$$(1) \quad x(b-y) : y(a-x) = b^2 : a^2 \dots$$

$$\text{Minthogy } APQ \Delta \sim PRB \Delta, \quad x : (b-y) = (a-x) : y \dots \quad (2)$$

(1)-ből:

$$(1a) \quad \frac{a-x}{b-y} = \frac{a^2}{b^2 y} ; \dots$$

(2)-ből:

$$(2a) \quad (a-x)(b-y) = xy \dots$$

(1a) és (2a) megfelelő tagjait szorozva:

$$(3) \quad (a-x)^2 = \frac{a^2 x^2}{b^2} \dots$$

Minthogy $a > x$, csak $a-x = \frac{ax}{b}$

lehetséges és innen $x = \frac{ab}{a+b}$.

(1a) és (2a) megfelelő tagjainak osztásával:

$$(b-y)^2 = \frac{b^2 y^2}{a^2}$$

és innen, mivel $b-y > 0$,

$$b-y = \frac{by}{a}, \quad \text{azaz} \quad y = \frac{ab}{a+b}.$$

Minthogy $x = y$, a P pont a derékszöget felező egyenes talppontja az átfogón!

Andreánszky Piroska (Balassi Bálint rg. VI. o. Balassagyarmat).

II. Megoldás. A BPR Δ területe legyen t_1 a PAQ Δ -é t_2 .

Minthogy $BPR \Delta \sim PAQ \Delta$, érvényes: $t_1 : t_2 = BP^2 : AP^2$.

A feladat követelménye pedig: $t_1 : t_2 = a^2 : b^2$.

E két aránypárból: $BP : AP = a : b$.

Ez annyit jelent, hogy P a derékszöget felező talppontja az átfogón. (Ugyanis a szögfelező a szembenfekvő oldalt olyan két részre osztja, amelyek aránya a részekkel szomszédos oldalak arányával egyezik meg.)

Vértessy Lajos (Kemény Zsigmond r. VI. o. Bp. VI.)