

1⁰. A kijelölt szorzást elvégezve, összevonás után

$$(x^3 + x^2 - 1)(x^2 + x + 1) = x^5 + x - 1.$$

Ha x előjelét megváltoztatjuk, akkor

$$(-x^3 + x^2 - 1)(x^2 + x - 1) = -x^5 - x - 1$$

tehát

$$x^5 + x + 1 = (x^3 - x^2 + 1)(x^2 + x + 1)$$

2⁰. Ha x egész szám, $x^5 + x$ is egész és $x(x^4 + 1)$ szorzat alakjában írható. (Ha $x = 1$, $x^5 + x = 2$ törzsszám).

$x^5 + x + 1$ nem törzsszám, mert két egész szám, t. i. $x^3 = x^2 + 1$ és $x^2 + x + 1$ tényezők szorzata. Hasonlóan $x^5 + x - 1$ is két egész szám, t. i. $x^3 + x^2 - 1$ és $x^2 - x + 1$ szorzata. Ha azonban $x = 1$, akkor $x^5 + x - 1 = 1$; ez nem tekinthető sem törzsszámnak, sem összetett számnak, és $x^5 + x + 1 = 3$. Tehát, ha $x = 1$, akkor $x^5 + x + 1$ törzsszám.

3⁰. Az adott egész szám

$$10\,000\,000\,099 = (10^2)^5 + 10^2 - 1$$

alakban írva megfelel $x^5 + x^2 - 1$ többtagúnak, ha $x = 10^2 = 100$. Tényezőire bontva lesz:

$$(100^3 + 100^2 - 1)(100^2 - 100 + 1) = (1\,009\,999) \cdot 9901.$$

Fonó Péter (Verbőczy István rg. VI. o. Bp. I.)