

I. Megoldás. Derékszögű koordináta-rendszerünk X -tengelye legyen a parabola tengelye, Y -tengelye a parabola csúcserintője; ezen rendszerben a parabola egyenlete:

$$(1) \quad y^2 = 2px \dots$$

A parabola $M(\xi, \eta)$ pontjában húzott érintő irányhatározója: $\frac{p}{\eta}$. A parabola $O(0, 0)$ pontján átmenő és az előbbi érintőre merőleges egyenes egyenlete:

$$(2) \quad y = -\frac{\eta}{p}x \dots$$

Az M ponton és az $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ ponton átmenő egyenes egyenlete:

$$(3) \quad \frac{y}{x - \frac{p}{2}} = \frac{\eta}{\xi - \frac{p}{2}} \quad \text{ill.} \quad \left(\xi - \frac{p}{2}\right)y = \eta\left(x - \frac{p}{2}\right) \dots$$

A (2) és (3) egyenletekből álló egyenletrendszert kielégítő (x, y) értékpár a P pont koordinátáit szolgáltatja, mint ξ és η függvényeit. ξ és η között azonban az

$$(4) \quad \eta^2 = 2p\xi \dots$$

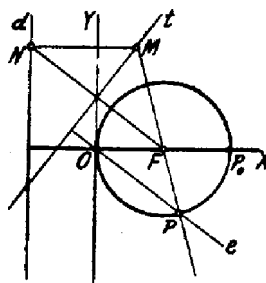
összefüggés áll fenn. Hogy a P pont x, y koordinátái között olyan egyenletet kapjunk, mely nem tartalmazza ξ -t és η -t,

a (2), (3) és (4) egyenletekből kiküszöböljük ξ -t és η -t.

$$(2)\text{-ből } \eta = -p\frac{y}{x}; \quad (3)\text{-ből } \xi = \frac{p(p-x)}{2x}.$$

η és ξ ezen értékeit (4)-be helyettesítve:

$$(5) \quad p^2 \frac{y^2}{x^2} = 2p \frac{p(p-x)}{2x} \quad \text{ill.} \quad x^2 + y^2 - px = 0 \dots^1$$



Eszerint a P pont mértani helyének egyenlete:

$$x^2 + y^2 - px = 0.$$

Ez oly kört jelent, melynek középpontja a parabola $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ gyújtópontja és sugara $\frac{p}{2}$. A kör keresztülmegy az origon.

Baán Sándor (Bencés g. VII. o. Kőszeg.)

Kiegészítés. Ezen körnek az Y -tengelyen két pontja van: $O(0, 0)$ és $P_0(p, 0)$. Ezek, mint *határhelyzetek* tartoznak a mértani helyhez. Ha M az O -hoz közeledik, P a P_0 -hoz közeledik; ha M a végtelen felé tart, akkor P az O -hoz közeledik.

$$[\text{Ugyanis } (3)\text{-ból } x - \frac{p}{2} = \left(\xi - \frac{p}{2}\right) \frac{y}{\eta}.$$

$$(2)\text{-ből } \frac{y}{\eta} = -\frac{x}{p}, \text{ tehát } \frac{2x-p}{x} = -\frac{1}{p}(2\xi-p).$$

Ha $\xi = 0$, $\frac{2x-p}{x} = 1$ és innen $x = p$. Ez a P_0 abszcisszája.

¹ Az (5) egyenlet úgy keletkezik, hogy az előbbi mindkét oldalát x^2 -ével szorozzuk. $x^2 = 0$ az Y -tengely egyenlete; azonban az Y -tengely nem tartozhatik a mértani helyhez, mert a P pontok az O ponton átmenő egyenesek pontjai.

Ha $\xi \rightarrow \infty$, $\frac{2x-p}{x} = \left(2 - \frac{p}{x}\right) \rightarrow \infty$, tehát $x \rightarrow 0$. (Ez az O).]

II. Megoldás. Legyen a parabola vezérvonala a d egyenes, az M vetülete d -n N , tehát $MN = MF$. Ismeretes, hogy a parabola t érintője az M pontban merőleges FN -re. Minthogy $OP \perp t$, $OP \parallel NF$; továbbá $OF \parallel MN$. Ebből következik, hogy

$$OFP \sphericalangle = NMF \sphericalangle \quad \text{és} \quad OPF \sphericalangle = NFM \sphericalangle,$$

tehát

$$OFP \triangle \sim MNF \triangle.$$

Azonban $NMF \triangle$ egyenlőszárú, amelyben $MN = MF$, ezért $OFP \triangle$ is egyenlőszárú úgy, hogy $FP = OF = \text{constans}$.

Eszerint a P pont mértani helye kör, melynek középpontja F és sugara OF .

Káli L. Tibold (Bencés g. VIII. o. Pápa.)