

Az (1) gyökeket jelöljük x_2, x_3 , a (2)-ét x_3, x_1 , a (3)-ét x_1, x_2 .
Nyilván:

$$\begin{array}{lll} a_1 = x_2 + x_3, & a_2 = x_3 + x_1, & a_3 = x_1 + x_2, \\ b_1 = x_2x_3, & b_2 = x_3x_1, & b_3 = x_1x_2. \end{array}$$

Már most legyen $A = x_1 + x_2 + x_3 = \frac{1}{2}(a_1 + a_2 + a_3)$.

Ekkor $x_1 = A - a_1, \quad x_2 = A - a_2, \quad x_3 = A - a_3$,
és így $b_1 = (A - a_2)(A - a_3), \quad b_2 = (A - a_3)(A - a_1), \quad b_3 = (A - a_1)(A - a_2)$.

Tehát a szóbanforgó feltétel szükséges. Vizsgáljuk még meg, hogy elegendő-e? Tekintsük tehát az

$$(1a) \quad x^2 - a_1x + (A - a_2)(A - a_3) = 0 \dots$$

egyenlet gyökei. Minthogy

$$(A - a_2) + (A - a_3) = 2A - (a_2 + a_3) = a_1 + a_2 + a_3 - (a_2 + a_3) \equiv a_1.$$

az 1a) gyökei $A - a_2 = x_2, \quad \text{és} \quad A - a_3 = x_3.$

Hasonlóan $x^2 - a_2x + (A - a_3)(A - a_1) = 0$ egyenlet gyökei

$$A - a_3 = x_3 \quad \text{és} \quad A - a_1 = x_1,$$

az $x^2 - a_3x + (A - a_1)(A - a_2) = 0$ egyenlet gyökei:

$$A - a_1 = x_1 \quad \text{és} \quad A - a_2 = x_2. \quad Q. \ e. \ d.$$

Csáki Frigyes (Bolyai g. VIII. o. Bp. V.)