

$$(1) \quad AB(x^2 - y^2) - (A^2 - B^2)xy = C \dots$$

oly kúpszelet egyenlete, melynek *középpontja az origó*.

Hogy a kúpszeletnek van-e végtelenben fekvő pontja, az (1) bal oldalának, t. i.

$$ABx^2 - (A^2 - B^2)xy - AB y^2$$

discriminánsa dönti el. Ezen discrimináns

$$\delta = (A^2 - B^2)^2 + 4A^2B^2 = (A^2 + B^2)^2 > 0,$$

tehát a végtelenben két különböző irányhoz tartozó pontja van. Ezen irányokat az

$$(2) \quad ABx^2 - (A^2 - B^2)xy - AB y^2 = 0 \dots$$

egyenespár egyenesei határozzák meg. (2)-t x szerint megoldva:

$$(3) \quad x = \frac{(A^2 - B^2)y \pm (A^2 + B^2)y}{2AB} = \begin{cases} \frac{A}{B}y \\ -\frac{B}{A}y \end{cases}$$

azaz a (2) bal oldala $(Bx - Ay)(Ax + By)$ alakban írható. Az aszimptoták iránya szerint megegyezik a

$$(4) \quad Bx - Ay = 0, \quad Ax + By = 0 \dots$$

egyenesek irányával. Ezen egyenesek az origón, azaz a hiperbola középpontján mennek keresztül és így ezek az aszimptoták.

A (4) alatti két egyenes merőleges egymásra, tehát egyenlőszárú hiperbolával van dolgunk.

Ha $C = 0$, akkor a hiperbola a (4) alatti egyenesekből álló egyenespárrá fajul.

Ha $A = 0$ de $B \neq 0$ és $C \neq 0$, vagy ha $B = 0$ de $A \neq 0$ és $C \neq 0$, akkor a hiperbola aszimptotái a koordinát tengelyek.

Bizám György (Bolyai g. VII. o. Bp. V.).

Jegyzet. $x' = Bx - Ay$, $y' = Ax + By$ nem szolgálhatnak transzformáció alapjául, mert nincs kikötve, hogy $A^2 + B^2 = 1$ legyen.