

Tegyük fel, hogy α és $2a$ egyazon első osztályban volnának. Ez csak úgy lehetséges, ha pl.

$$(1) \quad 2^{2s'} (1 + 2^{\nu'_1} + \dots + 2^{\nu'_{2k}}) = 2 \cdot 2^{2s''} (1 + 2^{\nu''_1} + \dots + 2^{\nu''_{2i}}) \dots$$

vagy

$$(2) \quad 2^{2s} (1 + 2^{\nu_1} + \dots + 2^{\nu_{2k}}) = 2 \cdot 2^{2k+1} (1 + 2^{\mu_1} + \dots + 2^{\mu_{2r+1}}) \dots$$

vagy

$$(3) \quad 2^{2l+1} (1 + 2^{\mu_1} + \dots + 2^{\mu_{2r+1}}) = 2 \cdot 2^{2s} (1 + 2^{\nu_1} + \dots + 2^{\nu_{2k}}) \dots$$

vagy

$$(4) \quad 2^{2l'+1} (1 + 2^{\mu'_1} + \dots + 2^{\mu'_{2r+1}}) = 2 \cdot 2^{2l''+1} (1 + 2^{\mu''_1} + \dots + 2^{\mu''_{2l+1}}) \dots$$

Az 1) és 4) nem állhat meg, mert ezen egyenlőségek egyik oldala 2-nek páros, a másik 2-nek páratlan kitevőjű hatványával osztható.

A 2) csak úgy teljesülhet, ha $2^{2s} = 2^{2k+2}$. Ekkor azonban

$$(2a) \quad 1 + 2^{\nu_1} + \dots + 2^{\nu_{2k}} = 1 + 2^{\mu_1} + \dots + 2^{\mu_{2r+1}} \dots$$

egyenlethez jutunk; ez nem állhat meg, mert minden szám a kettes számrendszerben csak egyféleképpen írható fel. Márpedig a $2a$ baloldala oly szám, mely a kettes számrendszerben páratlan számú, – zérustól különböző – jeggyel bír, míg a jobboldali szám jegyeinek száma páros.

Ugyanilyen megoldással igazoljuk, hogy a 3) is lehetetlenséget tartalmaz.

A második osztályba tartozó számok

$$2^{2n+1}(1 + 2^{\lambda_1} + 2^{\lambda_2} + \dots + 2^{\lambda_{2\mu}}) \text{ vagy } 2^{2m}(1 + 2^{j_1} + 2^{j_2} + \dots + 2^{j_{2v+1}})$$

alakúak: Ezekre nézve hasonlóan bizonyítható tételünk.

Sándor Gyula (Kölcsey Ferenc g. VIII. o. Bp. VI.)