

Jelölje r a gömb sugarát, a, b, c a P ponton átmenő síkmetszetek sugarát, a', b', c' ezen síkok távolságát a gömb O középpontjától. A szóbanforgó három kör területének összege: $a^2\pi + b^2\pi + c^2\pi = (a^2 + b^2 + c^2)\pi$. Ki kell mutatunk, hogy

$$a^2 + b^2 + c^2 = \text{constans}.$$

Azonban:

$$a^2 = r^2 - a'^2, \quad b^2 = r^2 - b'^2, \quad c^2 = r^2 - c'^2$$

és így

$$a^2 + b^2 + c^2 = 3r^2 - (a'^2 + b'^2 + c'^2).$$

A P pont egy derékszögű triéder csúcsa; a', b', c' ezen triéder lapjaira állított merőlegesek, melyek az O pontból indulnak ki, szintén egy derékszögű triéder élei; ezen triéder lapjai párhuzamosak a P csúcshoz tartozó derékszögű triéder lapjaival, azaz: OP egy derékszögű paralelepipedon átlója, melynek O csúcsából kiinduló élek a', b', c' ; ezért

$$a'^2 + b'^2 + c'^2 = \overline{OP^2},$$

tehát

$$a^2 + b^2 + c^2 = 3r^2 - \overline{OP^2} = \text{constans} \dots \quad Q. e. d.$$

Grosz László (Balassi Bálint g. VIII. o. Balassagyarmat)