



**I. Megoldás.** Legyen

$$\frac{1}{\overline{OA}^2} + \frac{1}{\overline{OB}^2} = \frac{1}{k^2}, \quad \text{tehát} \quad \frac{\overline{OB}^2 + \overline{OA}^2}{\overline{OA}^2 \cdot \overline{OB}^2} = \frac{1}{k^2}.$$

Azonban

$$\overline{OB}^2 + \overline{OA}^2 = \overline{AB}^2 \quad \text{és} \quad \overline{OA} \cdot \overline{OB} = \overline{AB} \cdot OM,$$

ha  $M$  az  $O$  vetülete az  $AB$ -n. Eszerint

$$\frac{\overline{AB}^2}{\overline{AB}^2 \cdot \overline{OM}^2} = \frac{1}{k^2} \quad \text{és innen} \quad OM = k.$$

Az  $M$  pont mértani helye kör, melynek középpontja  $O$  és sugara  $k$ .

*Pál Sándor* (Bolyai g. V. o. Bp.)

**II. Megoldás.** Legyen  $OA = a$ ,  $OB = b$ ; az  $M$  pont koordinátái  $(x, y)$ .

Az  $M$  pont az egyenesen van és ezért

$$(1) \quad \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \dots$$

Az  $OM \perp AB$  és ezért  $\frac{y}{x} = \frac{a}{b}$ , ill.

$$(2) \quad ax - by = 0 \dots$$

Feltételünk szerint pedig

$$(3) \quad \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{k^2} \dots$$

Ezen három egyenletből ki kell küszöbölnünk  $a$ - és  $b$ -t.

1)-ből és 2)-ből

$$a = \frac{x^2 + y^2}{x}, \quad b = \frac{x^2 + y^2}{y}.$$

Helyettesítve ezeket 3)-ba:

$$\frac{x^2 + y^2}{(x^2 + y^2)^4} = \frac{1}{k^2} \quad \text{és így} \quad x^2 + y^2 = k^2$$

az  $M$  pont koordinátái között fennálló összefüggés; eszerint az  $M$  pont mértani helye kör, melynek középpontja  $O$  és sugara  $k$ .

*Deák András* (Érseki g. VII. o. Bp. II.)

**III. Megoldás.** Jelentsé  $p = OM$  az  $AB$  egyenes távolságát a koordináta-rendszer  $O$  pontjától és  $\alpha$  azon szöget, melyet  $p$  az  $X$ -tengellyel bezár. Az  $AB$  egyenes egyenletének normális alakja:

$$x \cos \alpha + y \sin \alpha = p \quad \text{vagy} \quad \frac{x}{\frac{p}{\cos \alpha}} = \frac{y}{\frac{p}{\sin \alpha}} = 1.$$

Eszerint  $OA = \frac{p}{\cos \alpha}$ ,  $OB = \frac{p}{\sin \alpha}$  és így a fenti 3) egyenlet alapján:

$$\frac{\cos^2 \alpha}{p^2} + \frac{\sin^2 \alpha}{p^2} = \frac{1}{k^2} = \frac{1}{k^2}, \quad \text{azaz} \quad p = OM = k.$$

Az  $AB$  egyenes vagy a kezdőpontnak azon való vetülete állandó távolságban van a kezdőponttól. Eszerint a vetület mértani helye kör, melynek középpontja  $O$ , sugara  $k$ .

*Bizám György* (Bolyai g. VIII. o. Bp. V.)  
*Sándor Gyula* (Kölcsey Ferenc g. VIII. o. Bp. VI.)