

Derékszögű koordináta-rendszerünk X -tengelye legyen az AB egyenes, origója AB felezőpontja. Az A pont koordinátái: $(-a, 0)$, a B ponté $(a, 0)$ és a változó C ponté (ξ, η) .

A háromszög Euler-egyenese keresztülmegy a háromszög súlypontján, a körülírt kör középpontján (és a magassági pontján is). A szóbanforgó háromszög S súlypontjának koordinátáit

$$x' = \frac{-a + a + \xi}{3} = \frac{\xi}{3} \quad \text{és} \quad y' = \frac{0 + 0 + \eta}{3} = \frac{\eta}{3}.$$

A körülírt kör K középpontja az Y -tengelyen fekszik, tehát abszcisszája $p = 0$; ordinátája legyen q . Ekkor

$$(0 - a)^2 + (q - 0)^2 = (0 - \xi)^2 + (q - \eta)^2; \quad \text{innen} \quad q = \frac{\xi^2 + \eta^2 - a^2}{2\eta}.$$

A KS egyenes egyenlete

$$y - \frac{\eta}{3} = \frac{\frac{\xi^2 + \eta^2 - a^2}{2\eta} - \frac{\eta}{3}}{0 - \frac{\xi}{3}} \left(x - \frac{\xi}{3} \right).$$

Rendezve:

$$(1) \quad y = \frac{3a^2 - 3\xi^2 - \eta^2}{2\xi\eta} \left(x - \frac{\xi}{3} \right) + \frac{\eta}{3} \dots$$

Ezen egyenes keresztülmegy a szilárd (x_0, y_0) ponton, ha ennek koordinátái kielégítik az 1) egyenletet, tehát ha

$$y_0 = \frac{3a^2 - 3\xi^2 - \eta^2}{2\xi\eta} \left(x_0 - \frac{\xi}{3} \right) + \frac{\eta}{3}.$$

Ezen egyenlet most már a változó ξ, η koordináták közötti összefüggés, azon vonal egyenletét jelenti, amelyen a C pontnak kell feküdnie. Ezen egyenlet a következő alakra hozható:

$$(2) \quad (\xi - x_0)\eta^2 - 2\xi y_0 \eta + \xi^3 - 3x_0 \xi^2 - a^2 \xi + 3a^2 x_0 = 0 \dots$$

Így egy harmadrendű görbe egyenletét kaptuk.

Ha már most $x_0 = 0, y_0 = 0$, akkor a C pont mértani helyének egyenlete:

$$(3) \quad \xi\eta^2 + \xi^3 - a^2 \xi \equiv \xi(\xi^2 + \eta^2 - a^2) = 0 \dots$$

A mértani hely eszerint két részből áll: az egyik egyenlete $\xi = 0$, azaz az Y tengely. Ha a C csúcs az Y -tengelyen fut végig, mindegyik $ABC\triangle$ egyenlőszárú és Euler-egyenese az Y -tengely, a szilárd O ponton megy keresztül. (Ilyen háromszögek súlypontja és K pontja az Y -tengelyen fekszik!)

A másik rész egyenlete: $\xi^2 + \eta^2 - a^2 = 0$. Ez oly kört jelent, melynek középpontja O és keresztülmegy az A, B pontokon. Ha már most C ezen körön van, az $ABC\triangle$ Euler-egyenese az OC egyenes, az O körül forog! (O az $ABC\triangle$ köré írt kör középpontja, C a magassági pont; a súlypont az OC -n fekszik.)

A megoldások nem veszik figyelembe az Y -tengelyt, mint a mértani hely egyik részét.