I. Megoldás. Az $x^2+y^2=1$ egyenletet kielégíti a $(0,\ 1)$ értékpár. Ennek oly pont felel meg, mely az Y-tengelyen fekszik. A $(0,\ 1)$ ponton átmenő tetszőleges egyenes egyenlete:

$$y-1=mx, \quad \text{ill.} \quad y=mx+1.$$

Keressük meg ezen egyenesnek és a körnek másik közös pontját. Ezért helyettesítsük a kör egyenletében y helyébe $(mx+1)$-et:

$$x^2+(mx+1)^2=1, \quad \text{vagyis} \quad (1+m^2)x^2+2mx=0.$$

Itt a gyökök: $$x_1=0, \quad x_2=-\frac{2m}{1+m^2}.$$

$x_1=0$, a kiindulási pont. x_2 értéke és így y_2 racionális, ha m is az. Eszerint az m minden racionális értékéhez tartozik egy olyan pont, melynek koordinátái racionális számok.

Krisztonosich Jenő (Szent László g. VIII. o. Bp. X.).

Jegyzet. Egyes megoldásokban hivatkozás történt a XII. évf. 9–10. számában kitűzött 1230. feladatra; eszerint,

ha a racionális együtthatókkal biró $f(x,\ y)=0$ másodfokú egyenletnek van egy racionális megoldása, akkor végleten sok van.

Ezen feladatra megoldás nem érkezett. A megoldás az itt közölt módszerrel végezhető.

II. Megoldás. Ismeretes, hogy végtelen sok a, b, c egész számokból á11ó számcsoport létezik, amely az

(1) $$a^2+b^2=c^2\ldots$$

egyenletet kielégíti. Ebből következik, hogy az

(2) $$x^2+y^2=1\ldots$$

egyenletet végtelen sok, $\frac{a}{c}$ és $\frac{b}{c}$ racionális számokból álló számpár elégíti ki, más szóval a (2) alatti körön végtelen sok olyan pont fekszik, melynek koordinátái racionális számok.

Cseh Sándor (Érseki g. VIII. o. Bp. II.).

Jegyzet. $\frac{a}{c}$ és $\frac{b}{c}$ az (1) szerint jelenthetik valamely (hegyes) szög sinusát és cosinusát. De ezen szög többi függvénye is racionális szám. Tehát végtelen sok olyan szög van, melynek minden függvénye racionális szám.

Hivatkozás történt még egyes megoldásokban

$$\sin\alpha=\frac{2\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}} \quad \text{és} \quad \cos\alpha=\frac{1-\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}$$

képletekre. Ezek alapján, ha $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$ racionális szám, $\sin\alpha$ és $\cos\alpha$ is racionális számok, amelyek kielégítik az $x^2+y^2=1$ egyenletet.

Lényegileg ezen képletek megegyeznek az

$$a=2mn,\ b=m^2-n^2,\ c=m^2+n^2$$

összefüggésekkel, melyek pythagorasi számokat határoznak meg.