

Az 1405. feladatban (ezen évf. 8. sz) megállapítottuk, hogy az $y^2 - 2px = 0$ parabola normálisának egyenlete, ha a normális irányhatározója m ,

$$(1) \quad y - mx + p \left(m + \frac{m^3}{2} \right) = 0 \dots$$

alakban írható. Az m irányhatározójú (párhuzamos) parabola húrokat, ezen irányhoz konjugált átmérő felezi. Ennek egyenlete:

$$(2) \quad my - p = 0 \dots$$

Az (1) és (2) egyenletek az m valamely értékénél meghatározzák az m irányhatározójú húr felezőpontját, ill. ennek koordinátáit, mint m függvényeit. Ha pedig a két egyenletből kiküszöböljük az m -et, a normális húr felező pontjának koordinátái között kapunk összefüggést; ez lesz a felezőpontok mértani helyének egyenlete. Az adott esetben (2)-ből

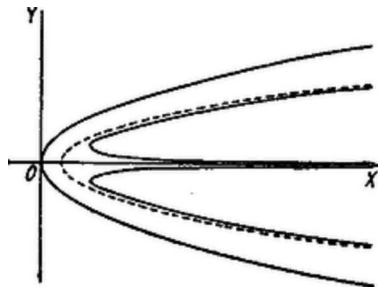
$m = \frac{p}{y}$; ezt (1)-be helyettesítve és rendezve.

$$(3) \quad y^4 - p(x - p)y^2 + \frac{1}{2}p^4 = 0 \dots$$

$$(4) \quad \text{vagy } x - p = \frac{y^2}{p} + \frac{p^4}{2y^2} \dots$$

A (3)-ból kitűnik, hogy a keresett mértani hely negyedrendű görbe, és ez szimmetrikus az X -tengelyre nézve. y^2 -re valós értékeket kapunk (3)-szerint, ha

$$(5) \quad p^2(x - p)^2 - 2p^4 \geq 0, \quad \text{azaz ha } x \geq p(1 + \sqrt{2}) \dots$$



Ha x kielégíti az (5) feltételt, akkor (3)-ból y^2 -re két pozitív értéket kapunk, tehát y -ra négy értéket, két pozitív és két negatív értéket; utóbbiak az előbbiekkal abszolút értékre egyenlők. (Szimmetria az X -tengelyre nézve!) *A görbének két, az X -tengelyre szimmetrikus ága van!*

Ha $x = p(1 + \sqrt{2})$, akkor y^2 -re két egyenlő értéket kapunk, azaz az $x = p(1 + \sqrt{2})$ egyenes a görbe mindkét ágát érinti; az érintési pontok ordinátája: $\pm \frac{p}{\sqrt[4]{2}}$.

A (4) egyenletből pedig kitűnik, hogy a szóbanforgó görbe (ill. mindkét ága) aszimptotikusan közeledik az X -tengelyhez. (Ugyanis, ha $y \rightarrow \pm 0$, akkor $x \rightarrow +\infty$)

Ha pedig a görbének azon pontjait tekintjük, melynek ordinátái vég nélkül növekednek, akkor azt látjuk hogy ezek az

$$(6) \quad x - p = \frac{y^2}{p} \quad \text{vagy} \quad y^2 = P(x - p) \dots$$

parabolához közelednek, úgy hogy ezen belül maradnak.

Fehér György és Sebestyén Gyula (Fazekas Mihály g. VIII. o. Debrecen)