

Minthogy $a_i \geq 0$, $f(x)$ a $[-1, +1]$ intervallumban $x = 1$ helyen veszi fel az abszolút maximumát, még pedig

$$f(1) = a_0 + a_1 + \dots + a_n.$$

Minthogy kikötöttük, hogy $|f(x)| \leq 1$ legyen a jelzett intervallumban,

$$a_0 + a_1 + \dots + a_n \leq 1.$$

Már most $f'(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + \dots + na_nx^{n-1}$.

Ennek ugyancsak abszolút maximuma áll elő az $x = 1$ helyen, tekintettel arra, hogy $a_i \geq 0$, mégpedig

$$f'(1) = a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots + na_n.$$

Tetszőleges x helyen tehát

$$f'(x) \leq a_1 + 2a_2 + \dots + na_n < n(a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n) \leq n.$$

Az egyenlőtlenségi jel csak akkor érvényes, ha $a_0 = a_1 = \dots = a_{n-1} = 0$ és $a_n = 1$.

Ugyanis az $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} + a_n = 1$

egyenlőségéből következik: $na_0 + na_1 + na_2 + \dots + na_{n-1} + na_n = n$.

Ha pedig még $a_1 + 2a_2 + \dots + (n-1)a_{n-1} + na_n = n$,

akkor $na_0 + (n-1)a_1 + (n-2)a_2 + \dots + a_{n-1} = 0$.

Minthogy a_i nem lehet negatív, ezen egyenlőség akkor és csak akkor állhat meg, ha

$$a_0 = a_1 = a_2 = \dots = a_{n-1} = 0 \quad \text{és így} \quad a_n = 1.$$

Mandl Béla (Zrínyi Miklós g. VIII. o. Bp.).