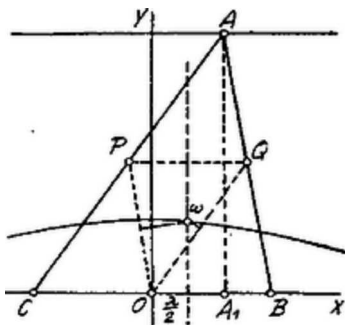


Derékszögű koordinátarendszerünk X -tengelyétől válasszuk a BC egyenest, kezdőpontul BC felezőpontját O -t. A B csúcs koordinátái $(b, 0)$, a C ponté $(-b, 0)$, az A csúcsé (λ, h) , ahol λ változó, míg a h állandó.



A háromszög Feuerbach-köre keresztülmegy az oldalak felezőpontjain, tehát az

$$O(0, 0), \quad P\left(\frac{-b+\lambda}{2}, \frac{h}{2}\right), \quad Q\left(\frac{b+\lambda}{2}, \frac{h}{2}\right)$$

pontokon. A Feuerbach-kör egyenlete, minthogy keresztülmegy az origón,

$$x^2 + y^2 + kx - ly = 0$$

alakban írható. Ezen egyenletet kielégítik a P és Q pontok koordinátái:

$$\begin{aligned} \left(-\frac{b+\lambda}{2}\right)^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2 + k\left(\frac{-b+\lambda}{2}\right) + l\frac{h}{2} &= 0, \\ \left(\frac{b+\lambda}{2}\right)^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2 + k\left(\frac{b+\lambda}{2}\right) + l\frac{h}{2} &= 0. \end{aligned}$$

Ezen két egyenletből a megfelelő tagok kivonása után:

$$b\lambda + bk = 0, \quad \text{azaz} \quad k = -\lambda.$$

k értékét helyettesítve

$$l = \frac{b^2 + h^2 - \lambda^2}{2h}.$$

A Feuerbach-kör középpontjának koordinátái:¹

$$\xi = -\frac{k}{2} = +\frac{\lambda}{2}, \quad \eta = -\frac{l}{2} = +\frac{b^2 + h^2 - \lambda^2}{4h}.$$

λ paramétert kiküszöbölve, a Feuerbach-kör középpontjának koordinátái között az

$$\eta = \frac{b^2 + h^2 - \xi^2}{4h} \quad \text{vagy} \quad y = \frac{4(b^2 + h^2) - x^2}{16h}$$

összefüggéshez, azaz parabola egyenletéhez jutunk.

Ha tehát A a BC -vel párhuzamos egyenest ír le, az $ABC\triangle$ Feuerbach-körének középpontja oly parabolát ír le, melynek főtengelye a BC -t merőlegesen felező egyenes és felső tetőpontja van, ha t. i. $h > 0$, ezen egyenesen, BC -től $\frac{b^2 + h^2}{4h}$ távolságban. (Ezen pont akkor lesz a Feuerbach-kör középpontja, ha $ABC\triangle$ egyenlőszárú.)

Berger Tibor (Áll. Fáy András g. VIII. o. Bp. IX.)

¹ A Feuerbach-kör keresztülmegy az A -ból húzott magasság talppontján, A_1 -n is. OA_1 a kör húrja, tehát a kör középpontja ezen húrt felező $x = \frac{\lambda}{2}$ egyenesen fekszik!