

1⁰. Az adott másodfokú egyenlet gyökei valósak, ha diszkriminánsa nem negatív, tehát ha

$$(k-1)^2 - (k-1)(k-3) \equiv 3k-5 \geq 0, \quad \text{ill.} \quad k \geq \frac{5}{3}.$$

Ha $k = \frac{5}{3}$, akkor a gyökök egyenlők és közös értékük:

$$-\left(\frac{5}{3}-1\right) : \left(\frac{5}{3}-2\right) = +2.$$

2⁰. Hogy az egyenlet mindkét gyöke +1-nél nagyobb legyen szükséges, hogy $f(+1)$ előjele megegyezzek x^2 együtt-hatójának előjelével, azaz $(k-2)f(+1) > 0$ és a gyökök főlösszege +1-nél nagyobb legyen. Már most

$$f(+1) = k-2+2(k-1)+k-3 = 4k-7.$$

$$(k-2)(4k-7) > 0, \text{ ha } k > 2, \text{ vagy } k < \frac{7}{4} \left(\text{de } k > \frac{5}{3}, \text{ hogy a gyökök valósak legyenek és } \frac{7}{4} > \frac{5}{3} \right).$$

$$\text{A gyökök főlösszege: } \frac{k-1}{2-k} > 1,$$

ha

$$\frac{k-1-(2-k)}{2-k} > 0,$$

vagyis

$$\frac{2k-3}{2-k} > 0.$$

Ezen feltétel ki van elégítve, ha $\frac{3}{2} < k < 2$.

Eszerint $k > 2$ értékek nem jöhetnek tekintetbe, csak azon értékek, amelyekre nézve

$$\frac{5}{3} < k < \frac{7}{4},$$

$$\left(\text{mert ekkor egyszersmind } \frac{3}{2} < k < 2 \right).$$

$$3^0. \text{ A gyökök főlösszege: } s = \frac{k-1}{2-k} = \frac{k-2+1}{2-k} = -1 + \frac{1}{2-k}.$$

Ezen függvény folytonos, kivéve a $k=2$ helyen. Ha k növekedik, $2-k$ fogy, $\frac{1}{2-k}$ növekedik, tehát s állandóan növekedik; a $k=2$ helyen szakadása van és itt $s = \pm\infty$. A $k=2$ egyenes a görbe egyik aszimptotája.

Ha k abszolút értéke a végtelen felé tart, akkor s értéke -1 -hez közeledik. Az $s = -1$ egyenes a görbe másik aszimptotája: egyenlő szárú hiperbolával van dolgunk.

A függvény változását jellemző táblázat:

k	$-\infty$	$\dots$	0	$\dots$	1	$\dots$	2	$\dots$	∞
s	-1	$\nearrow$	$-\frac{1}{2}$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty -\infty$	$\nearrow$	-1

Mandl Béla (Áll. Zrínyi Miklós g. VIII. o. Bp. VIII.)