

Legyenek a gyökök a, b, c . Az egyenlet baloldala a gyöktényezők szorzata:

$$(x-a)(x-b)(x-c) \equiv x^3 + px + q,$$
$$x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+ac+bc)x - abc \equiv x^3 + px + q.$$

Ezen azonosság azt jelenti, hogy x egyenlő hatványaihoz tartozó együtthatók egyenlők, tehát:

$$\begin{aligned} (1) \quad & a + b + c = 0 \dots; \\ (2) \quad & ab + ac + bc = p \dots; \\ (3) \quad & abc = -q \dots \end{aligned}$$

Feltevésünk szerint: $ab = 1$ tehát 3)-ból $c = -q$ és 1)-ből: $a + b = -c = q$.

A 2) szerint $1 + c(a+b) = p$ vagyis $1 - q^2 = p \dots$

Ez annyit jelent, hogy a p és q együtthatók között a 4) összefüggésnek kell fennállania, ha két gyök szorzata 1. 4)

Mármost, ha $ab = 1$ és $a + b = q$, akkor a és b az $u^2 - qu + 1 = 0$ egyenlet gyökei és így

$$a = \frac{1}{2} \left(q \pm \sqrt{q^2 - 4} \right), \quad b = \frac{1}{2} \left(q \mp \sqrt{q^2 - 4} \right), \quad c = -q.$$

Csuri Vilmos (Áll. Kossuth Lajos g. VII. o. Pestszenterzsébet)