

A keresett háromjegyű szám legyen $100x + 10y + z$. A feladat szerint

$$(1) \quad 100x + 10y + z + x + y + z = 100a + 10a + a,$$

ill.

$$(2) \quad 100x + 10y + (x + y + 2z) = 111a, \dots$$

ahol x, y, z, a a 10-nél kisebb pozitív egész számok; y és z lehet zérus is. (Sem a , sem x nem lehet 0!)

Már most két eset lehetséges: az 1) mindkét egyenletében a százaskok száma megegyező, azaz $x = a$, vagy a baloldalon álló egyesek és tízesek összeadásából keletkező tízesek száma kitesz – legfeljebb – egy százast, amikor is $x + 1 = a$, ill. $x = a - 1$.

I. Az $x = a$ esetben 2)-ből keletkezik:

$$(3) \quad 11y + 2z = 10a \quad \text{vagy} \quad z = 5a - \frac{11y}{2} \dots$$

Látjuk tehát, hogy y csak 0, 2, 4, 6, 8 lehet.

$y = 0$ mellett $z = 5a$; csak $a = 1$ lehetséges és így $x = 1, z = 5$. (105!)

$y = 2$ esetében $z = 5a - 11$; minthogy $0 \leq 5a - 11 \leq 9$, csak $a = 3$ és 4 lehetséges és így $z = 4$, ill. 9.

A megfelelő számok 324 és 429.

$y = 4$ esetében $0 \leq z = 5a - 22 \leq 9$, tehát $a = 5$, ill. 6. Így $x = 5$, ill. $x = 6$, és $z = 3$ ill. $z = 8$.

A megfelelő számok 543 és 648.

$y = 6$ esetében $0 \leq z = 5a - 33 \leq 9$; innen $a = 7$, ill. 8. Így $x = 7$, ill. 8 és $z = 2$, ill. 7.

A megfelelő számok 762 és 867.

$y = 8$ mellett $0 \leq z = 5a - 44 \leq 9$; innen csak $a = 9, x = 9, z = 1$.

A megfelelő szám 981.

II. $x = a - 1$ esetben $a \geq 2$. Ekkor 2)-ből keletkezik:

$$(4) \quad 11y + 2z = 10a + 101, \quad \text{ill.} \quad z = 5a + \frac{101 - 11y}{2} \dots$$

Minthogy a legalább 2 és y legfeljebb 9, nyilván $z > 10$.

Ilyen megoldás tehát nincs és így a feladatnak megfelelő számok:

105, 324, 429, 543, 648, 762, 867, 981.

Holló György (Áll. Dobó István g. VI. o. Eger)