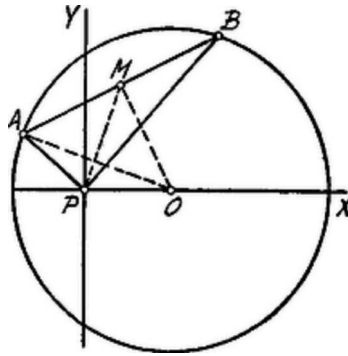


A kör középpontja legyen O . Derékszögű koordináta-rendszerünk kezdőpontja legyen a P pont, a PO egyenes az X -tengely; $PO = a$. Ezen rendszerben a kör egyenlete

$$(1) \quad (x - a)^2 + y^2 - R^2 = 0 \dots$$



Az A, B pontok koordinátái legyenek (x_1, y_1) , ill. (x_2, y_2) . Ezek eleget tesznek a következőknek:

$$(2) \quad x_1^2 + y_1^2 - 2ax_1 + a^2 - R^2 = 0 \dots$$

$$(3) \quad x_2^2 + y_2^2 - 2ax_2 + a^2 - R^2 = 0 \dots$$

Minthogy $PA \perp PB$,

$$(4) \quad x_2x_1 + y_1y_2 = 0 \dots$$

Az AB húr M felező pontjának koordinátái:

$$(5) \quad x = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2} \dots$$

Az M pont mértani helyének egyenletét megkapjuk, ha a 2), 3), 4) és 5) egyenletekből kiküszöböljük (x_1, y_1) , (x_2, y_2) koordinátákat. Ezen célból adjuk össze a 2), 3) és 4) egyenletek tagjait, a 4) tagjait 2)-vel szorozva. Így keletkezik:

$$(6) \quad (x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2 - 2a(x_1 + x_2) + 2(a^2 - R^2) = 0 \dots$$

Tekintettel az 5) összefüggésekre:

$$4x^2 + 4y^2 - 4ax + 2(a^2 - R^2) = 0, \text{ ill. } x^2 + y^2 - ax + \frac{1}{2}(a^2 - R^2) = 0,$$

vagyis

$$(7) \quad \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{2R^2 - a^2}{4} \dots$$

Oly kör egyenletét kaptuk, melynek középpontja a PO távolság felezőpontja és sugara $\frac{1}{2}\sqrt{2R^2 - a^2}$. Ezen kör az M pont mértani helye.

Krisztonosich Jenő (Szent-László g. VII. o. Bp. X.)

Jegyzet. Egyik megoldásban felmerül az a kérdés, hogy a 7) kör az adott O körön belül fekszik-e? Ezt eldönti azon körülmény, hogy

$$(8) \quad \frac{1}{2}\sqrt{2R^2 - a^2} < R \text{ és } O\omega = \frac{a}{2} < R - \frac{\sqrt{2R^2 - a^2}}{2} \dots$$

ahol ω az M pont mértani helyeül szolgáló kör középpontja; $O\omega$, a két kör centrálisra kisebb a két sugár különbségénél. (A 8) alatti egyenlőtlenségek könnyen igazolhatók.)

II. Megoldás. Az OMA derékszögű háromszögben $\overline{OM}^2 + \overline{MA}^2 = R^2$. Az APB derékszögű háromszögben pedig $MP = MA$. így

$$\overline{MO}^2 + \overline{MP}^2 = R^2,$$

azaz az M pontra nézve két szilárd ponttól való távolságainak négyzetösszege állandó, tehát M mértani helye kör, melynek középpontja a PO távolság felezőpontja.

Harsányi János (ág. ev. g. VIII. o. Bp.)