

Valamely függvénynek nincs szélső értéke, ha állandóan növekedik vagy fogy, tehát a differenciálhányadosa állandó előjelű, nem válik zérussá. Az adott esetben

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(2x-6)(x^2+4x+\lambda) - (2x+4)(x^2-6x+5)}{(x^2+4x+\lambda)^2} = \frac{10x^2+2(\lambda-5)x-6\lambda-20}{(x^2+4x+\lambda)^2}$$

$\frac{dy}{dx} = y'$ nevezője nem lehet negatív, úgyhogy előjele a számláló előjelével egyezik meg. A számláló x másodfokú függvénye; ez állandó előjelű és nem válik zérussá, ha a discriminánsa negatív, tehát ha

$$D \equiv 4(\lambda-5)^2 + 40(6\lambda+20) < 0,$$

$$D < 0, \text{ ha } (\lambda-5)^2 + 10(6\lambda+20) = \lambda^2 + 50\lambda + 225 = (\lambda+45)(\lambda+5) < 0.$$

Ez bekövetkezik akkor, ha $-45 < \lambda < -5$.

Ezen feltételnek $\lambda = -12$ megfelel. Ebben az esetben

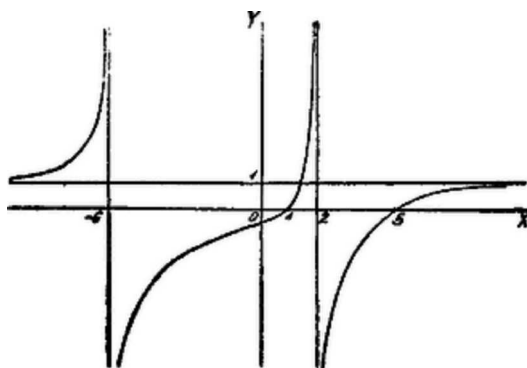
$$y' = \frac{10x^2 - 34x + 50}{(x^2 + 4x - 12)^2}.$$

A számlálóra nézve $D = 34^2 - 2000 < 0$; a számláló az x oly másodfokú függvénye, mely x minden valós értékénél pozitív. Így $y' > 0$, az y függvény állandóan növekedik.

$$y \text{ nevezője: } x^2 + 4x - 12 = (x+6)(x-2).$$

Ebből következik, hogy az y függvény folytonossága két helyen megszűnik: az $x = -6$ és $x = +2$ helyeken. Növekedő x -ek irányában haladva ezen helyeken a függvény értéke $+\infty$ -né válik, úgy hogy – pozitív ε -t tételezve fel –

$$\begin{aligned} \lim y &= +\infty, & \text{ha } x &= -6 - \varepsilon \text{ és } \varepsilon \rightarrow 0 \\ \lim y &= -\infty, & \text{ha } x &= -6 + \varepsilon \text{ „ „} \\ \lim y &= -\infty, & \text{ha } x &= 2 - \varepsilon \text{ „ „} \\ \lim y &= +\infty, & \text{ha } x &= 2 + \varepsilon \text{ „ „} \end{aligned}$$



A függvény görbének tehát három ága van: az első $-\infty$ és -6 között, a második -6 és $+2$, a harmadik $+2$ és $+\infty$ között. Az elsőben a függvény értéke növekedik $+1$ -től $+\infty$ -ig, a másodikban $-\infty$ -tól $+\infty$ -ig, a harmadikban $-\infty$ -tól $+1$ -ig. Ugyanis, ha $x \rightarrow \pm\infty$ akkor $\lim y = +1$.

Eszerint az $y = 1$ egyenes a görbe aszimptotája. Ugyancsak aszimptoták az $x = -6$ és $x = +2$ egyenesek is.

Hajnal Miklós (Izr. rg. VI. o. Bp.)