Az 1) parabola, melynek főtengelye az Y-tengely; e körül forgatva a parabolát, forgási paraboloidot kapunk.

A 2) ellipszis, melynek egyik főtengelye az Y-tengely; e körül forgatva, forgási ellipszoidot kapunk.

A parabola az ellipszist az $x=0$, $y=+4$ pontban érinti; ezenkívül még két – az Y-tengelyre nézve szimmetrikus pontban metszi. Ezekre nézve

$$16x^2+25(-x^2+4)^2=400, \quad \text{ill.} \quad x^2(25x^2-184)=0.$$

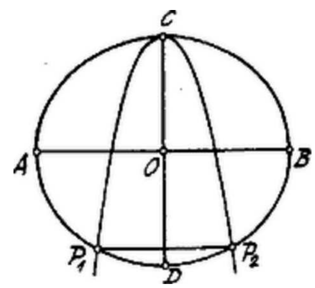
Itt $x^2=0$ jelzi, hogy az $x=0$, $y=+4$ pontban érintkezik a két görbe.

A P_1, P_2 metszéspontokat illetőleg $25x^2-184=0$,

$$x^2=\frac{184}{25}, \quad x=\pm\frac{2}{25}\sqrt{46},$$

tehát

$$y=-\frac{184}{25}+4=-\frac{84}{25}=-3{,}36.$$



A szóbanforgó térfogat két részből áll: az egyik a paraboloidnak azon szelete, melyet a P_1 és P_2 ponton át, az Y-tengelyre merőlegesen fektetett sík szel le róla; a másik az ellipszoidnak azon kisebbik szelete, melyet ugyanazon sík vág le róla. Az előbbi rész térfogata, ha x^2-t a parabola egyenletéből fejezzük ki,

$$\begin{aligned} K_1 &= \int_{-3{,}36}^{+4} x^2\pi\cdot dy=\pi\int_{-3{,}36}^{4}(4-y)dy= \\ &=\pi\left[4y-\frac{y^2}{2}\right]_{-3{,}36}^{4}= \\ &=\pi\left(16-8+4\cdot 3{,}36+\frac{3{,}36^2}{2}\right)= \\ &=\pi(8+13{,}144+5{,}6448)=27{,}0848\pi. \end{aligned}$$

A második rész térfogata (ha x^2-t az ellipszis egyenletéből kifejezzük),

$$\begin{aligned} K_2 &= \int_{-4}^{-3{,}36} x^2\pi dy=\pi\int_{3{,}36}^{4}\left(25-\frac{25}{16}y^2\right)dy=\pi\left[25y-\frac{25}{48}y^3\right]_{3{,}36}^{4}= \\ &=\pi\left[100-\frac{25}{48}64-25\cdot 3{,}36+\frac{25}{48}3{,}36^3\right]= \\ &=\pi\left(100-\frac{100}{3}-84+\frac{84}{48}\cdot 3{,}36^2\right)=-\pi(-17{,}3333+3{,}5\cdot 5{,}6448)= \\ &=2{,}4235\pi \end{aligned}$$

$$K=K_1+K_2=27{,}0848\pi+2{,}4235\pi\sim 29{,}51\pi \quad \text{térfogategység.}$$

B. Major Pál (Ref. rg. VIII. o. Csurgó).