I. Megoldás. Ismeretes, hogy $a^n - b^n = (a-b)f(a,b)$, ahol $f(a,b)$ az a és b racionális egész függvénye.

Ha tehát $a = 7^4$ és $b = 4^4$, akkor
$$7^{4n} - 4^{4n} = M(7^4 - 4^4),$$
ahol M egész szám. Azonban
$$7^4 - 4^4 = (7^2 + 4^2)(7^2 - 4^2) = 65\ m$$
azaz $7^4 - 4^4$ a 65 többszöröse. Tehát
$$7^{4n} - 4^{4n} = M' \cdot 65.$$

Demény Jolán és Tőrös Anna (Érseki leányg. VII. o. Esztergom).

II. Megoldás. Amint láttuk az előbb, $7^4 - 4^4$ osztható 65-tel; tehát a tétel igaz, ha $n = 1$.

Ha $n = 2$, $7^8 - 4^8 = (7^4 + 4^4)(7^4 - 4^4)$, tehát szintén osztható 65-tel.

Tegyük fel, hogy a tétel igaz tetszőleges n-re, azaz
$$7^{4n} - 4^{4n} = m \cdot 65.$$
Ekkor:
$$7^{4(n+1)} - 4^{4(n+1)} = 7^4 \cdot 7^{4n} - 4^4 \cdot 4^{4n} =$$
$$7^4(m \cdot 65 + 4^{4n}) - 4^4 \cdot 4^n = 7^4 \cdot m \cdot 65 + (7^4 - 4^4)4^{4n}.$$

Amint látjuk, utóbbi kifejezés mindegyik tagja 65 többszöröse; a tétel tehát igaz $n+1$-re is.

Minthogy a tétel igaz, ha $n = 1,\ n = 2\ldots,$ igaz általában is.

Szél György (Érseki rg. VII. o. Bp. II).