

Kiindulunk abból, hogy

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 = \frac{1}{6}k(k+1)(2k+1).$$

Az $A + B$ összeg az előbb felírt reláció alapján fejezhető ki, ha t. i. $k = 2n - 1$. Eszerint

$$(1) \quad \begin{aligned} A + B &= 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + (2n-2)^2 + (2n-1)^2 = \frac{1}{6}(2n-1)2n(4n-1) = \\ &= \frac{1}{3}n(2n-1)(4n-1) \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A - B &= (2^2 - 1^2) + (4^2 - 3^2) + (6^2 - 5^2) + \dots + [(2n-2)^2 - (2n-3)^2] - (2n-1)^2 = \\ &= [3 + 7 + 11 + \dots + (4n-5)] *^0 - (2n-1)^2 = \frac{(4n-5+3)(n-1)}{2} - (2n-1)^2 = \\ &= (2n-1)(n-1) - (2n-1)^2 = (2n-1)[n-1 - (2n-1)] = -n(2n-1). \\ 2A &= \frac{1}{3}n(2n-1)(4n-1) - n(2n-1) = n(2n-1) \left[\frac{4n-1}{3} - 1 \right] = \frac{4}{3}n(2n-1)(n-1) \\ A &= \frac{2}{3}n(n-1)(2n-1) \\ 2B &= \frac{1}{3}n(2n-1)(4n-1) + n(2n-1) = n(2n-1) \left[\frac{4n-1}{3} + 1 \right] = \frac{2n}{3}(2n-1)(2n+1) \\ B &= \frac{n}{3}(4n^2 - 1). \end{aligned}$$

*

Hörcher János (Érseki rg. VII. o. Bp. II.).

⁰ A szögletes zárójelen belül elsőrendű számtani haladványunk van, amelyben a tagok száma $n-1$. Ugyanis az A tagjainak száma $n-1$, a B összeg tagjainak száma n .